



МАТЕМАТИКА

# ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

# 7—9

классы

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

МЕТОДИЧЕСКОЕ  
ПОСОБИЕ



к предметной линии учебников  
по вероятности и статистике  
И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко  
под редакцией И. В. Яценко

МАТЕМАТИКА

# ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

# 7–9

КЛАССЫ

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

## МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

к предметной линии учебников по вероятности  
и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко  
под редакцией И. В. Яценко

2-е издание, стереотипное

Москва  
«Просвещение»  
2023

УДК 373.5.016:519.2  
ББК 74.262.21  
М34

**М34**      **Математика. Вероятность и статистика** : 7—9-е классы : базовый уровень : методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко под ред. И. В. Яценко. — 2-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2023. — 38 с.

ISBN 978-5-09-108881-6.

Пособие предназначено для учителей, которые преподают вероятность и статистику в 7—9 классах по учебнику «Математика. Вероятность и статистика. 7—9 классы» И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко. В книге раскрываются содержательные и методические особенности курса теории вероятностей и статистики для 7—9 классов, приводятся общие методические рекомендации. Также в неё включена примерная рабочая программа по учебному предмету «Математика» для 7—9 классов и планирование изучения учебного курса.

**УДК 373.5.016:519.2**  
**ББК 74.262.21**

**ISBN 978-5-09-108881-6**

© АО «Издательство «Просвещение», 2022  
© Художественное оформление.  
АО «Издательство «Просвещение», 2022  
Все права защищены

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Математика является одним из опорных предметов основной школы. Она обеспечивает успешное изучение других школьных дисциплин: физики, химии, информатики и т. д. Математические знания, умения и навыки необходимы для подготовки школьников к жизни. Уроки математики приучают к продолжительной умственной деятельности. Учащиеся получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию.

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры. Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо, в том числе, хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

В содержание среднего образования России вносятся существенные изменения, в частности, в программу по математике основной школы включены теория вероятностей и элементы статистики. Это признание обществом необходимости формирования современного мировоззрения, для которого одинаково важны представления и о жёстких связях, и о случайном. Без знания понятий и методов теории вероятностей и статистики невозможна организация эффективного конкурентоспособного производства, внедрение новых лекарств и методов лечения в медицине, обеспечение страховой защиты граждан от непредвиденных обстоятельств, проведение обоснованной социальной политики.

Введение в школьную программу элементов теории вероятностей, статистики и комбинаторики началось с 2004 г. В 2013 году принята Концепция развития математического образования, где теория вероятностей прямо определяется как перспективное направление. Последние годы международные исследования математической и функциональной грамотности школьников содержат всё больше заданий на представление данных, оценку правдоподобности гипотез и вероятностей событий. Поэтому Приказом Министерства просвещения Российской Федерации №287 от 31.05.2021 г. утверждён новый ФГОС, в котором учебный предмет «Математика» в 7—9 классах разделён на три учебных курса: «Алгебра», «Геометрия» и «Вероятность и статистика».

В учебно-методический комплект «Вероятность и статистика» для 7 — 9 классов Высоцкого И. Р., Яценко И. В. входят:

- ✓ программа;
- ✓ учебник «Математика. Вероятность и статистика. 7—9 классы» в бумажной и электронной формах;
- ✓ методическое пособие для учителя.

Введение элементов комбинаторики и теории вероятностей, статистики поможет учащимся осознать, что многие законы природы и общества имеют вероятностный характер, что много реальных явлений и процессов описываются вероятностными моделями.

## ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

В настоящее время остро встала необходимость сформировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя в качестве неотъемлемой составляющей умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Знакомство с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе, в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий.

Помимо этого, при изучении статистики и вероятности обогащаются представления учащихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации, и закладываются основы вероятностного мышления. Целью изучения случайных величин является формирование представления о законе больших чисел, о его роли в природе и обществе.

## ОСНОВНЫЕ ЛИНИИ КУРСА

В соответствии с поставленными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основной школы выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение здесь имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновероятными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

Также в рамках этого курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения их для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

## МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В 7—9 классах изучается курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

На изучение данного курса согласно учебному плану отводится 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, т. е. не менее 34 учебных часов в учебном году. Всего за три года обучения не менее 102 часов.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 7 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Заполнение таблиц, чтение и построение диаграмм (столбиковых (столбчатых) и круговых). Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных. Примеры случайной изменчивости.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

### 8 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач.

Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания.

Элементарные события случайного опыта. Случайные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Связь между маловероятными и практически достоверными событиями в природе, обществе и науке.

Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.

Противоположные события. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения. Независимые события. Представление эксперимента в виде дерева. Решение задач нахождение вероятностей с помощью дерева случайного эксперимента, диаграмм Эйлера.

### 9 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, интерпретация данных. Чтение и построение таблиц, диаграмм, графиков по реальным данным.

Перестановки и факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности. Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины «число успехов в серии испытаний Бернулли».

Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Роль и значение закона больших чисел в природе и обществе.

## ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА»

Освоение учебного предмета «Математика» обеспечивает достижение на уровне основного общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

### ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

#### **Патриотическое воспитание:**

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах.

#### **Гражданское и духовно-нравственное воспитание:**

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного.

#### **Трудовое воспитание:**

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей.

#### **Эстетическое воспитание:**

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умению видеть математические закономерности в искусстве.

#### **Ценности научного познания:**

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; овладением простейшими навыками исследовательской деятельности.

### **Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:**

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека.

### **Экологическое воспитание:**

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения.

### **Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды:**

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие; способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

## МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением *универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.*

*1) Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

### **Базовые логические действия:**

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные рассуждения;



- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

#### **Базовые исследовательские действия:**

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

#### **Работа с информацией:**

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

2) *Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

#### **Общение:**

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

#### **Сотрудничество:**

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и др.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) Универсальные **регулятивные** действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

#### **Самоорганизация:**

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

#### **Самоконтроль:**

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

### ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения Примерной рабочей программы по математике представлены по годам обучения в следующих разделах программы в рамках отдельных курсов: в 5—6 классах — курса «Математика», в 7—9 классах — курсов «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

Развитие логических представлений и навыков логического мышления осуществляется на протяжении всех лет обучения в основной школе в рамках всех названных курсов. Предполагается, что выпускник основной школы сможет строить высказывания и отрицания высказываний, распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, овладеет понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство — и научится использовать их при выполнении учебных и внеучебных задач.

Предметные результаты освоения курса «Вероятность и статистика» в 7—9 классах характеризуются следующими умениями.

#### **7 класс**

- Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.
- Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.
- Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.
- Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.

#### **8 класс**

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).

- Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.
- Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.
- Оперировать понятиями: множество, подмножество; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение; перечислять элементы множеств; применять свойства множеств.
- Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.

## **9 класс**

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.
- Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.
- Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли. Иметь представление о случайной величине, и о распределении вероятностей.
- Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе.

## **ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» 7 — 9 КЛАССОВ**

Говоря о преподавании статистики и теории вероятностей в основной школе, приходится учитывать уровень математической культуры школьников и то, насколько они готовы к восприятию абстрактных понятий. Однако, на наш взгляд, это не является препятствием к изучению статистики и теории вероятностей, а лишь накладывает довольно жесткие требования на форму преподнесения материала.

Одной из главных задач должно быть формирование общих представлений о случайной изменчивости, о случайности, вероятности, об их месте в окружающем мире, а не закрепление навыков манипулирования с числами, формулами и понятиями. Если у ребенка не создать первичные наглядные представления о случайности и изменчивости, то невозможно в дальнейшем их формализовать в ходе изучения теории вероятностей — она останется в памяти как набор непонятных, ни о чём не говорящих символов.

Был разработан общий подход к преподаванию статистики и теории вероятностей в школе.

- Дать цельное на начальном уровне представление о теории вероятностей и статистике и их взаимосвязи.
- Подчеркнуть связь математики с окружающим миром, как на этапе введения математических понятий, так и в ходе использования полученных результатов.

- Избегать математического формализма там, где это только возможно.
- Избегать классических примеров и задач, утративших актуальность для общества, в том числе задач, родившихся из азартных игр.
- Сопровождать рассказ яркими, доступными и запоминающимися примерами для формирования интереса учащихся и лучшего усвоения материала.

Принципы построения учебного курса следующие.

- ✓ Первичность статистики. В основе — наблюдение над случайной изменчивостью и закономерностями в случайном.
- ✓ Некомбинаторный подход. Теория вероятностей выступает как математическое описание случайности, а сама вероятность — как мера правдоподобия событий.
- ✓ Практическая направленность и ясное школьное содержание. Предусмотрено умение разумно представлять, описывать и использовать данные.
- ✓ Понимание закона больших чисел как фундаментального закона природы, имеющего математическое выражение.

Эти принципы нашли свое отражение в данном учебнике «Вероятность и статистика». Уроки по вероятности и статистике в седьмом или восьмом классе дают возможность учителю вернуться к изучению важных объектов — процентов и долей. Ведь что есть вероятность, как не доля достоверности? Причём вернуться не на формальном материале учебника математики, а содержательно. Точно так же уроки статистики позволяют предметно и понятно иллюстрировать смысл функциональной зависимости, смысл возрастания, убывания, идею линейной связи. Тогда изучение свойств функций в 7-м и 8-м классах превращается в изучение моделей, смысл которых уже известен и понятен благодаря урокам статистики.

Уроки статистики и вероятности предоставляют учителю широкие возможности использования коллективной работы в группах. Ведь любой статистический или вероятностный эксперимент (будь то бросание монет или сбор сведений) не под силу провести в одиночку. Требуется «рабочая группа». Опыт преподавания показывает, что школьники обычно с удовольствием и интересом выполняют практические работы, связанные с опросами, систематизацией и обработкой полученных данных с помощью компьютера. Не меньший интерес вызывают вероятностные эксперименты.

Наибольшую ценность представляют вводимые понятия, сложившаяся система взглядов, её связь с окружающим миром. Другими словами, мы показываем, как и какими математическими понятиями и простейшими моделями описывается окружающий нас изменчивый мир. При таком подходе математические доказательства в начале обучения отступают на второй план. Статистика и теория вероятностей, будучи частью школьной математики, не нагружены большим числом алгебраических преобразований, но наполнены простым материалом, очень важным с точки зрения формирования мировоззрения школьника. Этот же материал должен способствовать повышению интереса учащихся к математике.

Материал теории вероятностей необходим, прежде всего, для формирования у учащихся функциональной грамотности — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Изложение теории вероятностей начинается со статистики. Обсуждается представление данных в виде таблиц и диаграмм; объясняется, как с помощью немногих числовых характеристик можно описать массивы данных. Изучая совокупности чисел, мы естественно приходим к понятию случайной изменчивости, подготавливая переход к изучению случайности, то есть к теории вероятностей.

Обсуждая вопросы статистики, авторы стремились в качестве учебного материала сообщать реальные сведения о народонаселении, об экономике и сельском хозяйстве

России, полагая, что знакомство с основными принципами сбора, анализа и представления данных об обществе и государстве приобщает школьников к общественным интересам. Одновременно обсуждаются различные данные, показывая, как статистика позволяет описывать мир, окружающий школьника, и явления в повседневной жизни. В этом же классе происходит знакомство с теорией графов, изучение которой будет продолжено в восьмом классе.

Статистическая часть курса отнесена к изучению в седьмом классе. Восьмой и девятый класс отведены для изучения теории вероятностей. В восьмом классе вводятся понятия случайного эксперимента, элементарных событий, событий и их вероятностей, объединения и пересечения событий, формулы сложения и умножения вероятностей, понятие о независимости экспериментов и событий.

В девятом классе изучаются случайные величины, их распределения и числовые характеристики — математическое ожидание и дисперсия. В эту часть курса включена и небольшая глава о комбинаторике. В 9 классе изучаются испытания Бернулли — одна из базовых схем теории вероятностей. Испытания Бернулли одновременно являются примером независимых испытаний, примером сложного случайного эксперимента и примером важной случайной величины — «числа успехов».

Вычисление математического ожидания и дисперсии для «числа успехов» дают нам возможность сформулировать один из основных законов теории вероятностей — закон больших чисел. Испытания Бернулли позволяют объяснить, как с помощью случайного выбора можно экспериментально изучать свойства больших совокупностей — выборочный метод исследования, а также объяснить статистическую основу социологических опросов, и какая при этом достигается точность выводов. Курс завершается законом больших чисел, который показывает одну из связей случайного с закономерным, одно из проявлений закономерности в случайном.

Особый акцент при изучении курса следует делать на прикладном характере предмета, развитии умений работать с данными, практических задачах и задачах из других учебных предметов. Это позволит сформировать необходимые навыки для выполнения заданий ОГЭ, ЕГЭ и международных исследований, для успешной жизни в современном цифровом мире и овладения современными профессиями.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тематическое планирование учебных курсов и рекомендуемое распределение учебного времени для изучения отдельных тем, предложенные в настоящем пособии, надо рассматривать как примерные ориентиры в помощь составителю авторской рабочей программы и прежде всего учителю. Автор рабочей программы вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, более заинтересовавшую учеников, или направить усилия на преодоление затруднений.

Допустимо также локальное перераспределение и перестановка элементов содержания внутри данного класса. Количество проверочных работ (тематический и итоговый контроль качества усвоения учебного материала) и их тип (самостоятельные и контрольные работы, тесты) остаются на усмотрение учителя.

Также учитель вправе увеличить или уменьшить число учебных часов, отведённых в Примерной рабочей программе на обобщение, повторение, систематизацию знаний обучающихся. Единственным, но принципиально важным критерием, является достижение результатов обучения, указанных в настоящей программе.

Представленное тематическое планирование реализует один из возможных подходов к распределению изучаемого материала по учебно-методическому комплексу, оно не носит обязательного характера и не исключает возможностей иного распределения содержания. В данном планировании представлено распределение часов из расчёта 1 урок в неделю в каждом классе.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

7 класс (не менее 34 ч)

| Название раздела (темы) | Количество часов | Основное содержание  | Характеристика деятельности обучающихся   |
|-------------------------|------------------|--|---|
| Представление данных    | 7                | <p>Представление данных в таблицах.<br/>                     Практические вычисления по табличным данным. Извлечение и интерпретация табличных данных.<br/>                     Практическая работа «Таблицы».<br/>                     Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм. Чтение и построение диаграмм.<br/>                     Примеры демографических диаграмм.<br/>                     Практическая работа «Диаграммы»</p> | <p><b>Осваивать способы</b> представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления).<br/> <b>Изучать методы</b> работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ</p>  |
| Описательная статистика | 8                | <p>Числовые наборы. Среднее арифметическое. Медиана числового набора. Устойчивость медианы.<br/>                     Практическая работа «Средние значения».<br/>                     Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах</p>  | <p><b>Осваивать понятия:</b> числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана.<br/> <b>Описывать</b> статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи.<br/> <b>Изучать свойства</b> средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ.<br/> <b>Осваивать понятия:</b> наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах.<br/> <b>Решать задачи</b> на выбор способа описания данных в соответствии с</p> |

|  |   |  |   |
|--|---|--|---|
|  |   |  | природой данных и целями исследования   |
| Случайная изменчивость                   | 6 | Случайная изменчивость (примеры). Частота значений в массиве данных. Группировка. Гистограммы. Практическая работа «Случайная изменчивость»  | <b>Осваивать понятия:</b> частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма.<br><b>Строить и анализировать</b> гистограммы, <b>подбирать</b> подходящий шаг группировки.<br><b>Осваивать</b> графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы  |
| Введение в теорию графов                 | 4 | Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированных графах | <b>Осваивать понятия:</b> граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл.<br><b>Осваивать понятия:</b> путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф.<br><b>Решать задачи</b> на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах.<br><b>Осваивать способы</b> представления задач из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты, схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах |
| Вероятность и частота случайного события | 4 | Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Практическая работа «Частота выпадения орла»                       | <b>Осваивать понятия:</b> случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие.<br><b>Изучать</b> значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных).   |

|                     |   |   |   |
|---------------------|---|---|---|
|                     |   |   | <p><b>Изучать</b> роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей.</p> <p><b>Наблюдать и изучать</b> частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы</p>   |
| Обобщение, контроль | 5 | Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события | <p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.</p> <p><b>Обсуждать примеры</b> случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека</p> |

### 8 класс (не менее 34 ч)

| Название раздела (темы)   | Количество часов | Основное содержание  | Характеристика деятельности обучающихся   |
|---------------------------|------------------|--|---|
| Повторение курса 7 класса | 4                | Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Средние числового набора. Случайные события. Вероятности и частоты. Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость | <p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление группированных данных и описание случайной изменчивости.</p> <p><b>Решать задачи</b> на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, маловероятных и практически</p> |



|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
|  |   |   | достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека   |
| Описательная статистика.<br>Рассеивание данных | 4 | Отклонения. Дисперсия числового набора.<br>Стандартное отклонение числового набора.<br>Диаграммы рассеивания  | <b>Осваивать понятия:</b> дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных.<br><b>Выдвигать гипотезы</b> об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания.<br><b>Строить</b> диаграммы рассеивания по имеющимся данным, в том числе с помощью компьютера  |
| Множества                                      | 4 | Множество, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение.<br>Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.<br>Графическое представление множеств               | <b>Осваивать понятия:</b> множество, элемент множества, подмножество.<br><b>Выполнять операции</b> над множествами: объединение, пересечение, дополнение.<br><b>Использовать</b> свойства: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.<br><b>Использовать</b> графическое представление множеств при описании реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов и курсов |
| Вероятность случайного события                 | 6 | Элементарные события. Случайные события. Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор.<br>Практическая работа «Опыты с равновероятными элементарными событиями» | <b>Осваивать понятия:</b> элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновероятные элементарные события.<br><b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта.<br><b>Решать задачи</b> на вычисление  |

|                          |   |  |  |
|--------------------------|---|--|--|
|                          |   |  | <p>вероятностей событий в опытах с равновероятными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера.</p> <p><b>Проводить и изучать опыты</b> с равновероятными элементарными событиями (с использованием монет, игральные кости, других моделей) в ходе практической работы</p>   |
| Введение в теорию графов | 4 | <p>Дерево. Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер.</p> <p>Правило умножения</p>   | <p><b>Осваивать понятия:</b> дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева.</p> <p><b>Изучать свойства</b> дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом рёбер.</p> <p><b>Решать задачи</b> на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением правила умножения</p> |
| Случайные события        | 8 | <p>Противоположное событие. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий.</p> <p>Несовместные события.</p> <p>Формула сложения вероятностей.</p> <p>Правило умножения вероятностей.</p> <p>Условная вероятность.</p> <p>Независимые события.</p> <p>Представление случайного эксперимента в виде дерева</p> | <p><b>Осваивать понятия:</b> взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна), совместные и несовместные события.</p> <p><b>Изучать теоремы</b> о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей).</p> <p><b>Решать задачи</b>, в том числе текстовые задачи на определение вероятностей объединения и пересечения событий с</p>   |

|                     |   |  |   |
|---------------------|---|--|---|
|                     |   |  | <p>помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера, формулы сложения вероятностей.</p> <p><b>Осваивать понятия:</b> правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события дерево случайного опыта.</p> <p><b>Изучать свойства</b> (определения) независимых событий.</p> <p><b>Решать задачи</b> на определение и использование независимых событий.</p> <p><b>Решать задачи</b> на поиск вероятностей, в том числе условных, с использованием дерева случайного опыта</p>   |
| Обобщение, контроль | 4 | Представление данных. Описательная статистика. Графы. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики | <p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.</p> <p><b>Решать задачи</b> с применением графов.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.</p> <p><b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей</p> |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  | событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля |
|--|--|--|--|

**9 класс (не менее 34 ч)**

| <b>Название раздела (темы)</b> | <b>Количество часов</b> | <b>Основное содержание</b>  | <b>Характеристика деятельности обучающихся</b>  |
|--------------------------------|-------------------------|---|---|
| Повторение курса 8 класса      | 4                       | Представление данных. Описательная статистика. Операции над событиями. Независимость событий  | <p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.</p> <p><b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля</p> |
| Элементы комбинаторики         | 4                       | Комбинаторное правило умножения. Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц» | <p><b>Осваивать понятия:</b> комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля.</p> <p><b>Решать задачи</b> на перечисление упорядоченных пар, троек, перечисление перестановок и сочетаний элементов различных множеств.</p>  |

|                            |   |   |   |
|----------------------------|---|---|---|
|                            |   |   | <p><b>Решать задачи</b> на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона).</p> <p><b>Решать, применяя</b> комбинаторику, задачи на вычисление вероятностей, в том числе с помощью электронных таблиц в ходе практической работы</p>  |
| Геометрическая вероятность | 4 | Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности  | <p><b>Осваивать понятие</b> геометрической вероятности.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из многоугольника, круга, отрезка или дуги окружности, числового промежутка</p>   |
| Испытания Бернулли         | 6 | Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха.<br>Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.<br>Практическая работа «Испытания Бернулли» | <p><b>Осваивать понятия:</b> испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха, в том числе с применением формулы суммы геометрической прогрессии.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей элементарных событий в серии испытаний Бернулли, на нахождение вероятности определённого числа успехов в серии испытаний Бернулли.</p> <p><b>Изучать в ходе практической работы,</b> в том числе с помощью цифровых ресурсов, свойства вероятности в серии испытаний</p> |

|                           |          |  |  |
|---------------------------|----------|--|--|
| <p>Случайная величина</p> | <p>6</p> | <p>Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины.<br/>Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Применение закона больших чисел</p> | <p>Бернулли</p> <p><b>Освоить понятия:</b> случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей.</p> <p><b>Изучать и обсуждать</b> примеры дискретных и непрерывных случайных величин (рост, вес человека, численность населения, другие изменчивые величины, рассматривавшиеся в курсе статистики), модельных случайных величин, связанных со случайными опытами (бросание монеты, игральной кости, со случайным выбором и т. п.).</p> <p><b>Осваивать понятия:</b> математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия случайной величины как аналог дисперсии числового набора.</p> <p><b>Решать задачи</b> на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями.</p> <p><b>Знакомиться</b> с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли.</p> <p><b>Изучать</b> частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину.</p> |
|---------------------------|----------|--|--|

|                     |    |   |   |
|---------------------|----|---|---|
|                     |    |   | <p><b>Знакомиться</b> с законом больших чисел (в форме Бернулли): при большом числе опытов частота события близка к его вероятности.</p> <p><b>Решать задачи</b> на измерение вероятностей с помощью частот.</p> <p><b>Обсуждать</b> роль закона больших чисел в обосновании частотного метода измерения вероятностей.</p> <p><b>Обсуждать</b> закон больших чисел как проявление статистической устойчивости в изменчивых явлениях, роль закона больших чисел в природе и в жизни человека</p> |
| Обобщение, контроль | 10 | Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения | <p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, вероятностей объединения и пересечения событий, вычислять вероятности в опытах с сериями случайных испытаний</p>   |

## ПЛАНИРОВАНИЕ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

### Вероятность и статистика. 7 класс (34 ч)

*Курсивом* выделены темы, предназначенные для ознакомительного изучения. Они не включаются в итоговый контроль, могут быть исключены из мероприятий промежуточного контроля

|   | Тема   | Количество часов | Предметное содержание   | Характеристика деятельности обучающихся   |
|---|--|------------------|---|---|
| <b>Глава 1. Представление данных (7 ч)</b>    |  |                  |   |   |
| 1   | Таблицы.<br>Упорядочивание данных и поиск информации.          | 2                | Представление данных в таблицах.<br>Практические вычисления по табличным данным. Извлечение и интерпретация табличных данных.<br>Практическая работа «Таблицы».                         | <b>Осваивать способы</b> представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления).<br><b>Изучать методы</b> работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ |
| 2   | Подсчёты и вычисления в таблицах                               | 1                | Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм. Чтение и построение диаграмм. Примеры демографических диаграмм.<br>Практическая работа «Диаграммы» |   |
| 3   | Столбиковые диаграммы.<br>Круговые диаграммы.                  | 2                |   |   |
| 4   | <i>Возрастно-половые диаграммы</i>                             | 1                |   |   |
|   | Повторение и промежуточный контроль.<br>Контрольная работа № 1 | 1                | Темы §1—4   | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения   |
| <b>Глава 2. Описательная статистика (6 ч)</b> |  |                  |   |   |
| 5   | Среднее арифметическое числового набора                        | 1                | Числовые наборы. Среднее арифметическое. Медиана числового  | <b>Осваивать понятия:</b> числовой набор, мера центральной тенденции (мера  |



|  |   |   |  |   |
|--|---|---|--|---|
| 6  | Медиана числового набора  | 2 | набора. Устойчивость медианы.<br>Практическая работа «Средние значения».<br>Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах                | центра), в том числе среднее арифметическое, медиана.<br><b>Описывать</b> статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи.<br><b>Изучать свойства</b> средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ.<br><b>Осваивать понятия:</b> наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах.<br><b>Решать задачи</b> на выбор способа описания данных в соответствии с природой данных и целями исследования |
| 7  | Наибольшее и наименьшее значение. Размах  | 1 |  |   |
| 8  | <i>Обозначения в статистике.<br/>Свойства среднего арифметического</i>                      | 1 |  |   |
|  | Повторение и промежуточный контроль.<br>Контрольная работа № 2                              | 1 | Темы §5—8  | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения   |
| <b>Глава 3. Случайная изменчивость (7 ч)</b> |   |   |  |   |
| 9  | Примеры случайной изменчивости.<br>Точность и погрешность измерений                         | 1 | Случайная изменчивость (примеры).<br>Частота значений в массиве данных.<br>Группировка. Гистограммы.<br>Практическая работа «Случайная изменчивость» | <b>Осваивать понятия:</b> частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма.<br><b>Строить и анализировать</b> гистограммы, <b>подбирать</b> подходящий шаг группировки.<br><b>Осваивать</b> графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы  |
| 10   | Тенденции и случайные отклонения  | 1 |  |   |
| 11   | Частоты значений в массиве данных.<br><i>Связь между частотами и средним арифметическим</i> | 2 |  |   |
| 12   | Группировка данных и гистограммы. Выборка. Рост человека                                    | 1 |  |   |

|  |   |   |  |   |
|--|---|---|--|---|
| 13   | <i>Статистическая устойчивость и оценка с помощью выборки</i>           | 1 |  |   |
|  | Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 3             | 1 | Темы §9—13   | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения   |
| <b>Глава 4. Введение в теорию графов (3 ч)</b> |   |   |  |   |
| 14   | Графы. Вершины и рёбра графа. Степень вершины.                          | 1 | Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины.   | <b>Осваивать понятия:</b> граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл.<br><b>Осваивать понятия:</b> путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф.<br><b>Решать задачи</b> на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах.<br><b>Осваивать способы</b> представления задач из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты, схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах |
| 15   | Пути в графе. Связный граф.   | 1 | Число рёбер и суммарная степень вершин.  |   |
| 16   | <i>Задача о Кенигсбергских мостах, эйлеровы пути и эйлеровы графы</i>   | 1 | Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированных графах                          |   |
| <b>Глава 5. Логика (4 ч)</b>                   |   |   |  |   |
| 17   | Утверждения и высказывания. Отрицание                                   | 1 | Истинность и ложность высказывания. Сложные и простые высказывания.  | <b>Оперировать</b> понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, сложные и простые высказывания, отрицание высказываний, условные высказывания (импликации).   |
| 18   | Условные утверждения  | 1 | Условные высказывания (импликации). Определение. Утверждения. Аксиомы и теоремы. Доказательство. Доказательство от противного. Теорема, обратная данной. |   |
| 19   | Обратные и равносильные утверждения. Признаки и свойства. Необходимые и | 1 |  |   |

|   |  |   |   |   |
|---|--|---|---|---|
|   | достаточные условия  |   | Пример и контрпример.   | <b>Строить</b> высказывания, отрицания высказываний, цепочки умозаключений на основе использования правил логики.<br><b>Оперировать</b> понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство;<br><b>Приводить</b> примеры и контрпримеры для подтверждения своих высказываний.      |
| 20  | <i>Противоположные утверждения.<br/>Доказательство от противного.</i>                  | 1 |   |   |
| <b>Глава 6. Случайные опыты и случайные события (3 ч)</b> |  |   |   |   |
| 21  | Примеры случайных опытов и случайных событий. Вероятности и частоты событий            | 1 | Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. | <b>Осваивать понятия:</b> случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие.<br><b>Изучать</b> значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных). |
| 22  | Монета и игральная кость в теории вероятностей. Как и зачем узнать вероятность события | 1 | Монета и игральная кость в теории вероятностей.<br>Практическая работа «Частота выпадения орла»   | <b>Изучать</b> роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей.   |
| 23  | Вероятностная защита информации от ошибок  | 1 |   | <b>Наблюдать и изучать</b> частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы   |
| <b>Итоговое повторение и контроль (4 ч)</b>               |  |   |   |   |
|   | Итоговое повторение и обобщение.   | 3 | Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события   | <b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний.<br><b>Решать задачи</b> на представление и  |

|  |                             |   |  |   |
|--|-----------------------------|---|--|---|
|  |                             |   |  | описание данных с помощью изученных характеристик.<br><b>Обсуждать примеры</b> случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека |
|  | Итоговая контрольная работа | 1 | Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 7 класса | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения   |

### Вероятность и статистика. 8 класс (34 ч)

|  | Тема   | Количество часов | Предметное содержание  | Характеристика деятельности обучающихся  |
|--|--|------------------|--|--|
| <b>Повторение курса 7 класса (3 ч)</b> |  |                  |  |  |
|  | Повторение по темам «Представление данных», «Описательная статистика», «Случайная изменчивость», «Введение в теорию графов», «Логика», «Случайные опыты и случайные события» | 3                | Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Средние числового набора. Случайные события. Вероятности и частоты. Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость | <b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний.<br><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.<br><b>Решать задачи</b> на представление группированных данных и описание случайной изменчивости.<br><b>Решать задачи</b> на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека |

| <b>Глава 7. Множества (5 ч)</b>                                 |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 24  | Множество, подмножество, примеры множеств   | 1 | Множество, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение.<br>Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.<br>Графическое представление множеств               | <b>Осваивать понятия:</b> множество, элемент множества, подмножество.<br><b>Выполнять операции</b> над множествами: объединение, пересечение, дополнение.<br><b>Использовать</b> свойства: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.<br><b>Использовать</b> графическое представление множеств при описании реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов и курсов   |
| 25  | Операции над множествами. Диаграммы Эйлера  | 2 |   |   |
| 26  | Множества решений неравенств и систем   | 1 |   |   |
| 27  | Правило умножения   | 1 |   |   |
| <b>Глава 8. Математическое описание случайных событий (5 ч)</b> |   |   |   |   |
| 28  | Случайные опыты и элементарные события. Вероятности элементарных событий. Равновозможные элементарные события | 1 | Элементарные события. Случайные события. Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор.<br>Практическая работа «Опыты с равновозможными элементарными событиями» | <b>Осваивать понятия:</b> элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновозможные элементарные события.<br><b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта.<br><b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий в опытах с равновозможными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера.<br><b>Проводить и изучать опыты с</b> |
| 29  | Благоприятствующие элементарные события   | 1 |   |   |
| 30  | Вероятности событий   | 1 |   |   |
| 31  | Опыты с равновозможными элементарными событиями   | 1 |   |   |

|   |  |   |   |   |
|---|--|---|---|---|
|   |  |   |   | равновозможными элементарными событиями (с использованием монет, игральных костей, других моделей) в ходе практической работы   |
|   | Повторение и промежуточный контроль.<br>Контрольная работа № 1 | 1 | Темы §24—31   | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения   |
| <b>Глава 9. Описательная статистика. Рассеивание данных (4 ч)</b> |  |   |   |   |
| 32  | Рассеивание числовых данных и отклонения                       | 1 | Отклонения. Дисперсия числового набора.<br>Стандартное отклонение числового набора.<br>Диаграммы рассеивания                                | <b>Осваивать понятия:</b> дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных.<br><b>Выдвигать гипотезы</b> об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания.<br><b>Строить</b> диаграммы рассеивания по имеющимся данным, в том числе с помощью компьютера  |
| 33  | Дисперсия числового массива. <i>Обозначения и формулы</i>      | 1 |   |   |
| 34  | <i>Стандартное отклонение числового набора</i>                 | 1 |   |   |
| 35  | <i>Диаграммы рассеивания</i>                                   | 1 |   |   |
| <b>Глава 10. Введение в теорию графов (3 ч)</b>                   |  |   |   |   |
| 36  | Деревья.   | 1 | Дерево. Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер.<br>Правило умножения | <b>Осваивать понятия:</b> дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева.<br><b>Изучать свойства</b> дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом рёбер.<br><b>Решать задачи</b> на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в |
| 37  | <i>Свойства дерева.</i>  | 1 |   |   |
| 38*   | Дерево случайного эксперимента                                 | 1 |   |   |

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   | дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением правила умножения   |
| <b>Глава 11. Математические рассуждения (3 ч)</b>                 |   |   |   |   |
| 39  | Логические союзы «и» и «или».   | 1 | Сложные и простые высказывания. Операции над высказываниями с использованием логических связок: и, или, не. | <b>Выполнять</b> операции над высказываниями: и, или, не.   |
| 40  | <i>Отрицание сложных утверждений</i>  | 1 |   | <b>Строить</b> высказывания, отрицания высказываний, цепочки умозаключений на основе использования правил логики.   |
|   | Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 2                             | 1 | Темы §32—40   | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения   |
| <b>Глава 12. Операции над случайными событиями (4 ч)</b>          |   |   |   |   |
| 41  | Определение случайного события.<br>Взаимно противоположные случайные события            | 1 | Противоположное событие. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий.<br>Несовместные события.      | <b>Осваивать понятия:</b> взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна), совместные и несовместные события.<br><b>Изучать теоремы</b> о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей).<br><b>Решать задачи</b> , в том числе текстовые задачи на определение вероятностей объединения и пересечения событий с помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера, формулы сложения вероятностей. |
| 42  | Объединение и пересечение событий. Несовместные события                                 | 1 | Формула сложения вероятностей.  |   |
| 43  | <i>Формула сложения вероятностей.<br/>Решение задач при помощи координатной прямой.</i> | 2 |   |   |
| <b>Глава 13. Условная вероятность и независимые события (4 ч)</b> |   |   |   |   |

|   |   |   |   |  |
|---|---|---|---|--|
| 44  | Условная вероятность и правило умножения вероятностей | 1 | Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события.<br>Представление случайного эксперимента в виде дерева | <p><b>Осваивать понятия:</b> правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события</p> <p>дерево случайного опыта.</p> <p><b>Изучать свойства</b> (определения) независимых событий.</p> <p><b>Решать задачи</b> на определение и использование независимых событий.</p> <p><b>Решать задачи</b> на поиск вероятностей, в том числе условных, с использованием дерева случайного опыта</p>   |
| 45  | Дерево случайного опыта                               | 1 |   |  |
| 46  | Независимые события                                   | 1 |   |  |
| 47  | <i>Об ошибке Эдгара По</i>                            | 1 |   |  |
| <b>Итоговое повторение и контроль (3 ч)</b> |   |   |   |  |
|   | Итоговое повторение и обобщение                       | 2 | Представление данных. Описательная статистика. Графы. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики                      | <p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему знаний.</b></p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.</p> <p><b>Решать задачи</b> с применением графов.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.</p> |



|  |                             |   |  |  |
|--|-----------------------------|---|--|--|
|  |                             |   |  | <b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля |
|  | Итоговая контрольная работа | 1 | Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 8 класса | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения  |

**Вероятность и статистика. 9 класс (34 ч)**

|  | Тема   | Количество часов | Предметное содержание  | Характеристика деятельности обучающихся   |
|--|--|------------------|--|---|
| <b>Повторение курса 8 класса (4 ч)</b> |  |                  |  |   |
|  | Повторение по темам «Представление данных», «Описательная статистика», «Операции над событиями», «Независимость событий», «Элементы комбинаторики», «Элементы теории множеств» |                  | Представление данных. Описательная статистика. Операции над событиями. Независимость событий | <b>Повторять</b> изученное, и <b>выстраивать систему</b> знаний.<br><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных.<br><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.<br><b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля |

| <b>Глава 14. Элементы комбинаторики (4 ч)</b>     |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 48  | Комбинаторное правило умножения.                            | 1 | Комбинаторное правило умножения. Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц» | <p><b>Осваивать понятия:</b> комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля.</p> <p><b>Решать задачи</b> на перечисление упорядоченных пар, троек, перечисление перестановок и сочетаний элементов различных множеств.</p> <p><b>Решать задачи</b> на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона).</p> <p><b>Решать, применяя</b> комбинаторику, задачи на вычисление вероятностей, в том числе с помощью электронных таблиц в ходе практической работы</p> |
| 49  | Перестановки. Факториал.                                    | 1 |   |   |
| 50  | Число сочетаний. Треугольник Паскаля                        | 2 |   |   |
| <b>Глава 15. Геометрическая вероятность (4 ч)</b> |   |   |   |   |
| 51  | Выбор точки из фигуры на плоскости.                         | 2 | Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности  | <p><b>Осваивать понятие</b> геометрической вероятности.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из многоугольника, круга, отрезка или дуги окружности, числового промежутка</p>   |
| 52  | <i>Выбор точки из отрезка и дуги окружности</i>             | 1 |   |   |
|   | Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 1 | 1 | Темы §48—52   | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения   |
| <b>Глава 16. Испытания Бернулли (6 ч)</b>         |   |   |   |   |

|   |  |   |  |   |
|---|--|---|--|---|
| 53  | Успех и неудача. Испытания до первого успеха.                                      | 2 | Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха.<br>Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.<br>Практическая работа «Испытания Бернулли»  | <b>Осваивать понятия:</b> испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли.<br><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха, в том числе с применением формулы суммы геометрической прогрессии.<br><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей элементарных событий в серии испытаний Бернулли, на нахождение вероятности определённого числа успехов в серии испытаний Бернулли.<br><b>Изучать в ходе практической работы,</b> в том числе с помощью цифровых ресурсов, свойства вероятности в серии испытаний Бернулли |
| 54  | Серия испытаний Бернулли   | 1 |  |   |
| 55  | Число успехов в испытаниях Бернулли  | 1 |  |   |
| 56  | <i>Вероятности событий в испытаниях Бернулли</i>                                   | 2 |  |   |
| <b>Глава 17. Случайные величины (6 ч)</b> |  |   |  |   |
| 57  | Примеры случайных величин.<br><i>Распределение вероятностей случайной величины</i> | 1 | Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины.<br>Понятие о законе больших чисел.<br>Измерение вероятностей с помощью частот.<br>Применение закона больших чисел | <b>Освоить понятия:</b> случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей.<br><b>Изучать и обсуждать</b> примеры дискретных и непрерывных случайных величин (рост, вес человека, численность населения, другие изменчивые величины, рассматривающиеся в курсе   |
| 58  | <i>Математическое ожидание случайной величины</i>                                  | 2 |  |   |
| 59  | <i>Дисперсия и стандартное отклонение</i>  | 1 |  |   |
| 60  | <i>Математическое ожидание, дисперсия числа успехов и частоты успеха в серии</i>   | 1 |  |   |

|    |   |   |  |  |
|----|---|---|--|--|
|    | <i>испытаний Бернулли</i>                   |   |  |  |
| 61 | <i>Закон больших чисел и его применение</i> | 1 |  | <p>статистики), модельных случайных величин, связанных со случайными опытами (бросание монеты, игральной кости, со случайным выбором и т. п.).</p> <p><b>Осваивать понятия:</b> математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия случайной величины как аналог дисперсии числового набора.</p> <p><b>Решать задачи</b> на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями.</p> <p><b>Знакомиться</b> с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли.</p> <p><b>Изучать</b> частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину.</p> <p><b>Знакомиться</b> с законом больших чисел (в форме Бернулли): при большом числе опытов частота события близка к его вероятности.</p> <p><b>Решать задачи</b> на измерение вероятностей с помощью частот.</p> <p><b>Обсуждать</b> роль закона больших чисел в обосновании частотного</p> |

|  |   |  |   |  |
|--|---|--|---|--|
|  |   |  |   | метода измерения вероятностей.<br><b>Обсуждать</b> закон больших чисел как проявление статистической устойчивости в изменчивых явлениях, роль закона больших чисел в природе и в жизни человека  |
|  | Повторение и промежуточный контроль.<br>Контрольная работа № 2            |  | Темы §53—61   | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения  |
| <b>Итоговое повторение и контроль (10 ч)</b> |   |  |   |  |
|  | Итоговое повторение и обобщение материала по всем темам курса 7—9 классов |  | Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения | <b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний.<br><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных.<br><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, вероятностей объединения и пересечения событий, вычислять вероятности в опытах с сериями случайных испытаний |
|  | Итоговая контрольная работа за курс 7—9 классов                           |  | Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 7—9 классов   | Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения  |

Учебное издание

**МАТЕМАТИКА  
ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА**

7—9 классы  
Базовый уровень

Методическое пособие к предметной линии  
учебников по вероятности и статистике  
И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко под ред. И. В. Яценко

Центр математики  
Ответственный за выпуск *М. В. Кузнецова*  
Редактор *М. В. Кузнецова*

Подписано в печать 03.02.2023. Формат 60 × 90/16.  
Гарнитура «Школьная». Усл. печ. л. 3.  
Тираж экз. Заказ №

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».  
Российская Федерация,  
127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская,  
д. 16, стр. 3, этаж 4, помещение 1.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — [vopros@prosv.ru](mailto:vopros@prosv.ru)