

12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1

-1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Алгебра

Рабочая тетрадь

8

Часть 1



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Алгебра

Рабочая тетрадь

8

класс

Пособие для учащихся
общеобразовательных
учреждений

В двух частях

Часть 1

Москва

«Просвещение»

2011

Предисловие

Данная рабочая тетрадь является дополнением к учебнику «Алгебра, 8» авторов Ш. А. Алимова и др. Содержание тетради организовано в соответствии с главами и параграфами этого учебника.

Тетрадь предназначена в основном для работы учащихся в классе. Следует иметь в виду, что рабочая тетрадь **не заменяет** ни живого слова учителя, ни текста учебника. Она дополняет и то и другое, расширяя арсенал учебных средств учащихся и возможности работы учителя.

Структурно материал каждого параграфа тетради расположен по трём разделам. После I раздела, который предназначен для подготовки школьников к изучению нового материала соответствующего параграфа книги, проведена черта. Эта черта означает, что после выполнения заданий I раздела учитель приступает к объяснению нового материала так, как он считает нужным. Проведя объяснение, учитель работает с учащимися над упражнениями учебника; при этом ученики записывают решение традиционно в обычной тетради.

Раздел II — это основной раздел в рабочей тетради, он содержит упражнения, дополнительные к упражнениям учебника. Некоторые из упражнений тетради являются подготовительными к выполнению упражнений учебника, некоторые помогают слабым учащимся в усвоении определённых алгоритмов благодаря увеличению от задания к заданию доли самостоятельной работы школьников. Наиболее трудные упражнения раздела отмечены знаком *.

В разделе III приведены тексты упражнений, позволяющих проверить уровень усвоения материала рассматриваемого параграфа. Учитель может выборочно использовать их для проверки качества домашней работы учащихся.

Неравенства

§ 1. Положительные и отрицательные числа

①

1 Заполнить пропуски в предложении.

Рациональными числами называют числа,

где m —, n — число.

Примеры:;;;

2 Из чисел $-5,8$; 0 ; $\frac{4}{11}$; -7 ; 19 ; $-\frac{18}{9}$; 1 ; $2,4$; $-12\frac{1}{2}$; $\frac{15}{5}$ выписать:

1) натуральные

2) целые

3) положительные

4) отрицательные

5) рациональные

3 Вычислить устно и записать ответ.

1) $\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} =$

2) $-3\frac{1}{5} + \frac{16}{5} =$

3) $2,03 \cdot (-4) =$

4) $(-5) \cdot (-1,4) =$

5) $(-1,6) : (-0,8) =$

6) $4,5 : (-3) =$

4 Даны числа -1 ; $0,1$; $-\frac{3}{8}$; $4\frac{1}{5}$; $-2\frac{3}{4}$; $a - b$; $\frac{a}{b}$. Записать числа:

1) противоположные данным

2) обратные данным

II

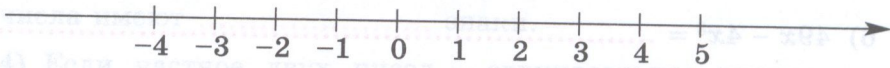
5 Заполнить пропуски и на числовой оси отметить:

1) точки: $A(-2,5)$; $B(3,5)$; $C\left(-\frac{3}{4}\right)$;

2) точку $D(\dots)$, лежащую на единицу левее точки A ;

3) точку $E(\dots)$, лежащую на единицу правее точки B ;

4) точку $F(\dots)$, лежащую посередине между точками A и B .



6 Записать числа $-2,3$; 0 ; -4 ; $-2,35$; $2,3$; $-2,03$ в порядке возрастания.

.....

7 Записать числа 0 ; -6 ; $\frac{1}{15}$; $-\frac{4}{9}$; $-\frac{1}{3}$; $-\frac{11}{9}$; $\frac{2}{5}$ в порядке убывания.

.....

8 Записать два рациональных числа, заключённые между двумя данными рациональными числами.

1) 5 и 7;

2) -9 и -8 ;

3) 0 и $0,6$;

4) $-0,4$ и 0 ;

5) $\frac{4}{7}$ и $\frac{6}{7}$;

6) $-0,1$ и $0,1$;

9 Не выполняя вычислений, поставить в пустой клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство.

1) $(-2,7)^2 \cdot (0,56)^3 \square 0$;

2) $-(2,7)^2 \cdot (5,6)^3 \square 0$;

3) $-\left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^5 \square 0$;

4) $-\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \left(-\frac{1}{2}\right)^5 \square 0$.

10 Проставить в пустой клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы при $x = -1$ получилось верное неравенство.

1) $\frac{x+2}{2} \square \frac{x-2}{2}$;

2) $\frac{x+2}{x} \square \frac{x-2}{x}$;

3) $\frac{x+1}{x-3} \square \frac{x+4}{x-3}$;

4) $\frac{5-x}{-x} \square \frac{2(x+1)}{x+7}$.

11 Разложить на множители.

1) $9x - x^2 = \dots\dots\dots$

2) $7x^2 + 5x = \dots\dots\dots$

3) $\frac{1}{4} - x^2 = \dots\dots\dots$

4) $\frac{x^2}{16} - 1 = \dots\dots\dots$

5) $x^3 - 36x = \dots\dots\dots$

6) $49x - 4x^3 = \dots\dots\dots$

12 Решить уравнение, заполняя пропуски.

1) $8x + 11x^2 = 0,$

2) $\frac{2x - 5}{x - 2} = 0,$

$\dots\dots\dots = 0,$
 $\dots\dots\dots = 0,$ или $x = \dots\dots\dots$

$\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots = 0, x - \dots\dots\dots \neq 0, \\ x = \dots\dots\dots \end{array} \right.$

Если $x = \dots\dots\dots$, то $x - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \neq 0.$

Ответ. $x_1 = \dots\dots\dots, x_2 = \dots\dots\dots$ Ответ. $x = \dots\dots\dots$

3)* $9x^3 - x = 0,$

$\dots\dots\dots = 0, x(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) = 0,$

$x = \dots\dots\dots, \text{ или } \dots\dots\dots = 0, \text{ или } \dots\dots\dots = 0, \text{ т. е.}$

$x = \dots\dots\dots, \text{ или } x \dots\dots\dots, \text{ или } x \dots\dots\dots$

Ответ. $x_1 = \dots\dots\dots, x_2 = \dots\dots\dots, x_3 = \dots\dots\dots$

13 Определить знак числа a так, чтобы было верным неравенство:

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)a \cdot (-1,7) \cdot (-3,5)^2 < 0, a \square 0;$

2) $(-7)^3 \cdot \left(-\frac{1}{14}\right)a \cdot 9 > 0, a \square 0.$

14 Доказать, что при любом значении a значение выражения отрицательно.

1) $\frac{a^2 + 3}{a^2 + 4} - 1 = \dots\dots\dots$

2) $\frac{6}{a^2 + 7} - 1 = \dots\dots\dots$

III

15 Заполнить пропуски в предложениях.

1) Если произведение двух чисел — положительное число, то эти числа имеют знаки.

2) Если произведение двух чисел — отрицательное число, то эти числа имеют знаки.

3) Если частное двух чисел — положительное число, то эти числа имеют знаки.

4) Если частное двух чисел — отрицательное число, то эти числа имеют знаки.

16 Записать все целые числа, которые расположены на числовой оси между числами $-\frac{7}{3}$ и $\frac{7}{3}$.

.....

17 Проставить в пустой клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы при $x = -1$ получилось верное неравенство.

1) $7(2x - 9) \square 0$;

2) $3(-2x + 1) \square 0$.

18 Решить уравнение, заполнив пропуски.

1) $(6 - 5x)(3x + 4) = 0$,

2) $\frac{4x + 3}{7 - x} = 0$,

..... = 0, $x =$

..... = 0, $\neq 0$,

.....

.....

Если $x =$, то

Ответ. $x_1 =$ $x_2 =$

Ответ. $x =$

3) $\frac{4 - x^2}{x - 2} = 0$,

4) $3x^2 - 2x = 0$.

..... = 0, $\neq 0$,

..... = 0,

..... = 0,

$x =$

..... = 0,

..... =

$x =$, $x =$

$x =$

Если $x =$, то = 0.

.....

Если $x =$, то $\neq 0$.

.....

Ответ.

Ответ.

§ 2. Числовые неравенства

1

1 Проставить в пустой клетке знак $>$, $<$ или $=$.

1) $\frac{8}{17} \square \frac{5}{17}$;

2) $\frac{4}{9} \square \frac{4}{7}$;

3) $2\frac{5}{6} \square 2\frac{7}{12}$;

4) $4\frac{1}{3} \square 0$;

5) $1,43 \square 1,45$;

6) $4,072 \square 4,027$;

7) $-\frac{16}{5} \square -3,2$;

8) $2\frac{3}{11} \square -3\frac{4}{11}$;

9) $0 \square -10,5$.

2 Даны числа: $0,1$; -20 ; 0 ; $-\frac{2}{7}$; $-1,9$; $0,09$; -1 . Расположить их в порядке возрастания и соединить знаком неравенства.

.....

3 Поставить в предложениях знак $>$ или $<$ между числами m и n .

1) Если $m = 1,2$, $n = -3$, то $m \square n$.

2) Если $m = 7$, $n = 1$, то $m \square n$.

3) Если $m = a$, $n = a + 1$, то $m \square n$.

4) Если $m = a^2$, $n = a^2 - 3$, то $m \square n$.

4 Выполнить действия.

1) $(a + 2)^2 = \dots + \dots + \dots$ 2) $(1 - 3x)^2 = \dots - \dots + \dots$

3) $(2 + 5a)(2 - 5a) = \dots$ 4) $(6 + b)(b - 6) = \dots$

5 Привести к общему знаменателю дроби.

1) $\frac{1}{n+1}$ и $\frac{2}{n-1}$

2) $\frac{1}{b-2}$ и $\frac{a}{(b-2)^2}$

3) $\frac{1}{m^2-1}$ и $\frac{3}{m-1}$

4) $\frac{5a}{a^2-4a+4}$ и $\frac{7}{a-2}$

II

6 С помощью определения числового неравенства сравнить числа:

1) $\frac{11}{25}$ и 0,53; 2) 0,7 и $\frac{2}{3}$; 3) 0,9 и $-\frac{5}{6}$; 4) -2,4 и $-\frac{13}{5}$.

1) $\frac{11}{25} = \dots$; $\dots - 0,53 = \dots$. Так как $\frac{11}{25} - 0,53 \square 0$,

то $\frac{11}{25} \square 0,53$.

2) $0,7 = \dots$; $\dots - \frac{2}{3} = \dots$. Так как $0,7 - \frac{2}{3} \square 0$,

то $0,7 \square \frac{2}{3}$.

3)

4)

7 Заполнить таблицу.

Значение $m - n$	-3	12	0				$a^2 + 4$	$-a^2 - 9$
Сравне- ние m и n	$m < n$			$m = n$	$m > n$	$m < n$		

8 Доказать, что $\frac{2}{m-1} > \frac{2}{m+1}$, если $m > 1$.

Доказательство.

Разность $\dots = \dots = \dots \square 0$,

так как числитель этой дроби число

и знаменатель этой дроби число

(по условию $m > 1$). Следовательно, $\frac{2}{m-1} > \frac{2}{m+1}$.

9 Доказать, что $a + \frac{1}{a} < -2$, если $a < 0$ и $a \neq -1$.

Доказательство.

Разность $\dots\dots\dots = \frac{a^2 + 2a + 1}{a} = \dots\dots\dots$

Дробь $\dots\dots\dots < 0$, так как $(a + 1)^2 \square 0$ при $a \neq -1$ и по условию $\dots\dots\dots$. Следовательно, $a + \frac{1}{a} < -2$.

10* Определить, какое из двух чисел больше, если известно, что каждое из них больше 104 и меньше 113, причём первое число кратно 15, второе кратно 8.

Первое число кратно 15, поэтому запишем его в виде $\dots\dots m$, где m — натуральное число. Второе число, кратно 8, запишем в виде $\dots\dots n$, где n — натуральное число.

По условию двойное неравенство $104 < \dots\dots < 113$ верно только при $m = \dots\dots$. Неравенство $104 < \dots\dots < 113$ верно только при $n = \dots\dots$. Поэтому $15m = \dots\dots = \dots\dots$, $8n = \dots\dots = \dots\dots$.

О т в е т. Первое число $\dots\dots\dots$ второго.

11* Пусть a и b — натуральные числа, причём $b > 1$. Сравнить числа a и b , если верно неравенство $\frac{a}{b} > \frac{a-1}{b-1}$.

Так как $\frac{a}{b} > \frac{a-1}{b-1}$ — верное неравенство, то разность $\frac{a}{b} - \frac{a-1}{b-1} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ — положитель-

ное число. Знаменатель этой дроби $\dots\dots\dots > 0$, так как и $\dots\dots\dots$, и $\dots\dots\dots$ ($b > 1$). Следовательно, числитель этой дроби должен быть $\dots\dots\dots$ числом. Поэтому $\dots\dots > 0$. А это означает, что $b > a$.



12 Заполнить таблицу.

Значение $a - b$	$2\frac{1}{3}$			0		
Сравнение a и b	$a > b$	$0,8 < 1$	$7,6 > 3,5$		$-6 < -1$	$-2,3 > -3,7$

13 Доказать, что при любых значениях a верно неравенство:

1) $(2 + a)(a + 5) < (a + 3)(a + 4)$;

2) $(3 - a)^2 > a(a - 6)$.

Доказательство.

.....

.....

.....

.....

.....

14 Доказать утверждения:

1) если $a > b$ и $c > d$, то $(a - b)(c - d) > 0$;

2) если $a > b$ и $c < d$, то $(a - b)(c - d) < 0$.

Доказательство.

1) Если $a > b$, то $a - b$ 0; если $c > d$, то $c - d$ 0.

Поэтому произведение положительное
число, т. е. > 0.

2) Если $a > b$, то; если $c < d$, то

Поэтому

§ 3. Основные свойства числовых неравенств

1

1 Выяснить, положительное или отрицательное число a в предложениях.

1) Если $2,3a < 0$, то a 0. 2) Если $6,5a > 0$, то a 0.

3) Если $-35a < 0$, то a 0. 4) Если $-42a > 0$, то a 0.

5) Если $-9a > 0$, то a 0. 6) Если $\frac{a}{3} > 0$, то a 0.

2 Выяснить, положительно или отрицательно произведение

$$(m - 2)(n - 3),$$

если: 1) $m > 2$ и $n > 3$; 2) $m > 2$, а $n < 3$.

1) Если $m > 2$, то $m - 2 \square 0$; если $n > 3$, то $n - 3 \square 0$.
Следовательно, $(m - 2)(n - 3) \square 0$.

2) Если $m < 2$, то; если $n < 3$,
то

Следовательно,

3 Выяснить, положительна или отрицательна сумма

$$(m - 2) + (n - 3),$$

если: 1) $m > 2$ и $n > 3$; 2) $m < 2$ и $n < 3$.

1) Если $m > 2$, то

Если $n > 3$, то

Следовательно, $(m - 2) + (n - 3) \dots\dots\dots$

2) Если $m < 2$, то

Если $n < 3$, то

Следовательно, $(m - 2) + (n - 3) \dots\dots\dots$

4 Сторона квадрата равна 6 см. Периметр квадрата равен

5 Периметр квадрата равен 48 см. Сторона квадрата равна

II

6 Заполнить таблицы (после выполнения преобразований).

1) Прибавить к обеим частям неравенства данное число.

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$11 > 3$	5	$16 > 8$
$-7 < -1$	10	
$9 > 2$	-12	
$a + 3 > a$	-10	

2) Прибавить к обеим частям неравенства данное число.

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$14 + 3b > 2$	$-3b$	$14 > 2 - 3b$
$16 - 5b < 1$	$5b$	
$7a - 8 > 3$	$-7a$	
$16 - 5b < 1$	$-2b$	

3) Умножить обе части неравенства на данное число.

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$4 > -3$	2	$8 > -6$
$12 > -8$	-2	
$10 < 16$	$\frac{1}{2}$	
$a > 3$	$a > 0$	$a^2 > 3a$
$b < -8$	$b < 0$	
$b - 2 > 1$	$b > 0$	

4) Разделить обе части неравенства на данное число.

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$8 < 10$	2	$4 < 5$
$13 > 11$	-1	
$-9 < -6$	-3	

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$-4 < -1$	$\frac{1}{2}$	
$16a < 14$	-2	$-8a > -7$
$a > -2a^2$	$a > 0$	
$a < a^2$	$a < 0$	

7 Доказать утверждения.

1) Если $5a - 3 < 4a - 2$, то $a < 1$.

2) Если $7b + 9 > 6b + 10$, то $b > 1$.

3) Если $(b - 1)(b + 6) > b(b + 4)$, то $b > 6$.

4) Если $a(5 + a) < (a + 2)^2$, то $a < 4$.

8 Доказать, что если $a < b$ и $c < 0$, то $ac > bc$.

По условию $a - b \square 0$ и $c \square 0$. Поэтому $(a - b)c \square 0$, т. е. $ac - bc \square 0$. Следовательно, $ac > bc$.

9 Доказать, что если $ac < bc$ и $c > 0$, то $a < b$.

По условию $ac - bc \square 0$, $c(a - b) \square 0$ и $c \square 0$. Поэтому $a - b \square 0$. Следовательно, $a < b$.

10 Заполнить пропуски.

1) Если сторона квадрата a такова, что $3,1 < a < 3,2$, то его периметр P таков: $\dots < P < \dots$

2) Если периметр квадрата P таков, что $60 < P < 64$, то его сторона a такова: $\dots < a < \dots$

11 Определить знак числа a , если:

1) $9a < 2a$; 2) $-10a > -12a$.

1)

2)

Ответ. 1) a 0; 2)

III

12 Прибавить к обеим частям исходного неравенства число m .

1) $a < b$, $m = -12$; 2) $a > b$, $m = -7$;

3) $a > b$, $m = 20$; 4) $a < b$, $m = 0,5$;

13 Вычесть из обеих частей исходного неравенства число k .

1) $-3 < 0$, $k = -1$; 2) $7 > 4$, $k = 8$;

14 Пусть $a < b$. Проставить в клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство.

1) $-4a$ $-4b$. 2) $0,5a$ $0,5b$.

3) $\frac{a}{-7}$ $\frac{b}{-7}$. 4) $a(c^2 + 2)$ $b(c^2 + 2)$;

5) $a(-5 - c^2)$ $b(-5 - c^2)$.

15 Доказать, что если $8 - 6a < 12 - 7a$, то $a < 4$.

Доказательство.

§ 4. Сложение и умножение неравенств

I

1 Известно, что $a > 3$, $b > 5$. Доказать, что: 1) $a + b > 8$; 2) $ab > 15$.

Доказательство.

1) Если $a > 3$, то 0. Если $b > 5$, то

Сумма двух положительных чисел $(a - 3)$ и $(b - 5)$

т. е. $(a - 3) + (b - 5) \square 0$ или $a - 3 + b - 5 \square 0$, $a + b - 8 \square 0$.
Откуда \square

2) Если $a > 3$, то Если $b > 5$, то Чтобы доказать, что $ab > 15$, нужно убедиться в том, что $\square 0$.
Рассмотрим разность $ab - 15$ и преобразуем её:

$ab - 15 = ab - 3b + 3b - 15 = (ab - 3b) + (3b - 15) = b(\dots - \dots) + 3(\dots - \dots) > 0$, так как $b \square 0$, $a - 3 \square 0$, $\dots > 0$ и $\dots \square 0$. Следовательно, $ab > 15$.

2 Заполнить пропуск в предложении.

Сумма длин двух сторон треугольника всегда третьей стороны.

3 Каким может быть число a — длина одной из сторон треугольника, если две другие его стороны равны 3 ед. и 5 ед.?

По свойству треугольника $a < \dots + \dots$, т. е. $a < \dots$.

С другой стороны, $a + 3 > \dots$, т. е. $a > \dots$

.....

II

4 Сложить почленно неравенства.

1) $12 > 1$ и $1 > -3$, 2) $-9 < 2$ и $5 < 8$,

.....

3) $-8 < -3$ и $-2 < 6$, 4) $0 > -5$ и $4 > -2$,

.....

5) $a - 3 > 6 + b$ и $7 - 2a > 4 - b$, 6) $a + 1 < 2b - 3$ и $8 - 2a < 5 - 4b$,

.....

.....

5 Длина прямоугольника больше 9 дм, а ширина больше 4 дм. Доказать, что периметр этого прямоугольника больше 26 дм.

Пусть a — длина прямоугольника, b — его ширина, тогда

$a \square 9$, $b \square 4$, откуда $a + b \square \dots$, а периметр прямо-

угольника $2(a + b) \square \dots$

6 Выполнить умножение неравенств.

1) $8 > 5$ и $3 > 2$ 2) $12 < 18$ и $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$

3) $24 > 10$ и $0,2 > 0,1$ 4) $a > 2$ и $b > 6$

7 Доказать, что диагональ выпуклого четырёхугольника $ABCD$ меньше его полупериметра.

Доказательство.

Рассмотрим, например, диагональ $BD = m$.

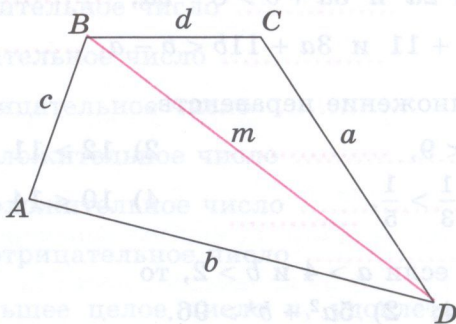
Из $\triangle ABD$ следует, что $m < \dots + \dots$.

Из $\triangle BCD$ следует, что $m < \dots + \dots$.

Складывая полученные неравенства, запишем:

..... $< \dots + \dots + \dots + \dots$, откуда

$2m < \dots$, $m < \dots$.



8 Известно, что a и b — положительные числа. Доказать, что:

1) если $a^2 > b^2$, то $a > b$; 2) если $a^3 < b^3$, то $a < b$.

Доказательство.

1) Если $a^2 > b^2$, то $a^2 - b^2$ 0 или $(a - b)(a + b)$ 0.

$a + b$ 0, так как a 0 и b 0, но тогда $a - b$ 0, т. е. $a > b$.

2) Если $a^3 < b^3$, то $a^3 - b^3$ 0 или $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ 0.

$a^2 + ab + b^2 > 0$, так как a^2 0, ab 0, b^2 0, но тогда $a - b$ 0, т. е. $a < b$.

9 Доказать, что если $a > 1$ и $b > 3$, то:

1) $5a + 3b > 14$;

2) $4ab + 6 > 18$;

3) $(a + b)^2 > 16$;

4) $a^2 + b^2 > 10$.

Доказательство.

1) $a > 1$, $5a > \dots$ $b > 3$, $3b > \dots$ $5a + 3b \square \dots$

2) $a \square \dots$ $b \square \dots$ $ab \square \dots$ $4ab \square \dots$
 $4ab + 6 \square \dots$

3) $a \square \dots$ $b \square \dots$ $a + b \square \dots$ $(a + b)^2 \square \dots$

4) $a \square \dots$ $b \square \dots$ $a^2 \square \dots$ $b^2 \square \dots$
 $a^2 + b^2 \square \dots$

III

10 Выполнить сложение неравенств.

1) $15 < 19$ и $-5 < 2$, \dots

2) $4 > -3$ и $6 > 3$, \dots

3) $a - 5b > 1 + 2a$ и $3a + b > 8 - 2a$, \dots

4) $2a - 9b < a + 11$ и $3a + 11b < b - a$, \dots

11 Выполнить умножение неравенств.

1) $4 < 5$ и $7 < 9$, \dots 2) $12 > 11$ и $3 > 2$, \dots

3) $15 > 10$ и $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$, \dots 4) $10 < 14$ и $\frac{1}{10} < \frac{1}{7}$, \dots

12 Доказать, что если $a > 4$ и $b > 2$, то

1) $2ab + 8 > 24$; 2) $5a^2 + b^4 > 96$.

Доказательство.

1) $a \square 4$, $b \square 2$, $ab \square \dots$ $2ab \square \dots$ $2ab + 8 \square \dots$

2) $a \square \dots$ $b \square \dots$ $a^2 \square \dots$ $5a^2 \square \dots$

$b^4 \square \dots$ $5a^2 + b^4 \square \dots$

§ 5. Строгие и нестрогие неравенства

I

1 Заполнить пропуски.

1) $\begin{array}{r} -5 < -1 \\ + \\ 4 = 4 \\ \hline -1 \square 3 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} -1 > -6 \\ + \\ -5 = -5 \\ \hline -6 \square -11 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} -2 > -4 \\ + \\ 6 = 6 \\ \hline \dots \square \dots \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 0 < 12 \\ + \\ -2 = -2 \\ \hline \dots \square \dots \end{array}$

2 Заполнить пропуски.

$$1) \begin{array}{l} \times \frac{1}{5} > -2 \\ \frac{\quad}{5} = 5 \\ \frac{\quad}{5} \square - 10 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{l} \times \frac{-5}{3} < 1 \\ \frac{\quad}{3} = 3 \\ -15 \square 3 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{l} \times \frac{-7}{-2} < -4 \\ \frac{\quad}{-2} = -2 \\ \dots \square \dots \end{array}$$

$$4) \begin{array}{l} \times \frac{2}{-7} > -9 \\ \frac{\quad}{-7} = -7 \\ \dots \square \dots \end{array}$$

3 Дописать равенства и неравенства конкретными числами.

$$1) \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$2) \frac{2}{3} > \frac{\square}{\square}$$

$$3) \frac{15}{25} < \frac{\square}{\square}$$

$$4) \frac{15}{25} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$5) \frac{\square}{\square} < \frac{6}{7}$$

$$6) \frac{\square}{\square} < \frac{3}{5}$$

II

4 Записать утверждения в виде неравенств.

1) a — положительное число

2) b — отрицательное число

3) a^4 — неотрицательное число

4) $-a^4$ — неположительное число

5) $a^2 + 6$ — положительное число

6) $-6 - a^2$ — отрицательное число

5 Найти наибольшее целое число n , удовлетворяющее данному неравенству.

$$n < 21, n = 20; \quad n \leq 35, n = 35.$$

$$1) n < 7, n = \dots$$

$$2) n \leq 7, n = \dots$$

$$3) n \leq -6, n = \dots$$

$$4) n < -6, n = \dots$$

$$5) n < -\frac{1}{2}, n = \dots$$

$$6) n \leq -\frac{1}{2}, n = \dots$$

6 Найти наименьшее целое число n , удовлетворяющее данному неравенству.

$$n > 10, n = 11; \quad n \geq 42, n = 42.$$

$$1) n \geq 9, n = \dots$$

$$2) n > 9, n = \dots$$

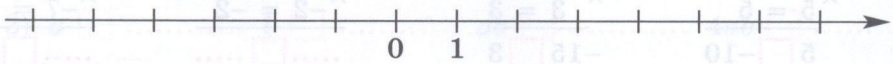
$$3) n > -11, n = \dots$$

$$4) n \geq -11, n = \dots$$

$$5) n \geq -8\frac{1}{3}, n = \dots$$

$$6) n > -1\frac{4}{5}, n = \dots$$

- 7 Отметить на числовой оси все целые числа, которые не больше 5 и не меньше -5 .



- 8 Найти наибольшее целое число x , удовлетворяющее данному неравенству.

$$\frac{x}{7} \leq -3 \mid \cdot 7, x \leq -21, x = -21.$$

1) $\frac{x}{5} < 3$ 2) $\frac{x}{2} \leq -5$

- 9 Найти наименьшее целое число x , удовлетворяющее данному неравенству.

$$\frac{x}{5} \geq -2 \mid \cdot 5, x \geq -10, x = -10.$$

1) $\frac{x}{3} \geq -1$
 2) $\frac{x}{9} > 2$

- 10 Записать условие задачи с помощью неравенств.

1) Рост Антона (h см) не превышает роста Коли, равного 165 см.

2) Число дней в году (m) не меньше 365.

3) Объем воды в чайнике (a л) не больше 1,7 л.

- 11 Доказать, что если $a + 3b \leq 2a + 7b$, то $a \geq -4b$.

- 12* Доказать, что $\frac{a^2}{a^4 + 1} \leq \frac{1}{2}$ при любом a .

II

13 Записать утверждения в виде неравенств.

1) $3a$ — положительное число

2) $\frac{b}{5}$ — отрицательное число

3) $4a^2$ — неотрицательное число

4) $-\frac{b^2}{6}$ — неположительное число

5) $7 + a^4$ — положительное число

6) $-b^4 - 7$ — отрицательное число

14 Найти наибольшее целое число m , удовлетворяющее данному неравенству.

1) $m < 2,3$, $m =$

2) $m \leq 1,6$, $m =$

3) $m \leq -15$, $m =$

4) $m < -17$, $m =$

15 Найти наименьшее целое число m , удовлетворяющее данному неравенству.

1) $m \geq 5,6$, $m =$

2) $m > 7,5$, $m =$

3) $m > -17$, $m =$

4) $m \geq -15$, $m =$

§ 6. Неравенства с одним неизвестным

I

1 Выяснить, верно ли неравенство.

$(-5) \cdot (-6) > 0$ Да

$13 \cdot (-2) \geq 0$ Нет

1) $-7 \cdot 3 < 0$

2) $\frac{14}{-2} > 0$

3) $\frac{-6}{-18} < 0$

4) $10 \cdot 1,2 - 15 < 0$

5) $1,5 \cdot 2 - 2,7 > 0$

6) $\frac{2}{3} \cdot 12 - 7 > 0$

2 Записать утверждения в виде неравенства.

- 1) Сумма чисел 3 и x меньше 1
- 2) Разность чисел x и 8 больше 19
- 3) Произведение чисел 10 и x не больше 15
- 4) Частное чисел x и 3 не меньше 6
- 5) Утроенная сумма чисел x и 7 не больше -15
- 6) Полусумма чисел 2 и x не меньше их разности

3 Найти значения x , при которых верно неравенство.

- 1) $5x < 0$ при x
- 2) $-4x > 0$ при x
- 3) $\frac{1}{2}x^2 + 1 > 0$ при
- 4) $(x + 3)^2 > 0$ при

II

4 Построить график функции и с его помощью заполнить пропуски.

1) $y = 2x + 2,$

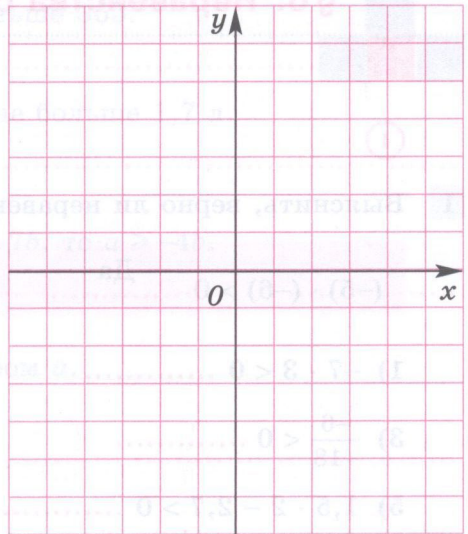
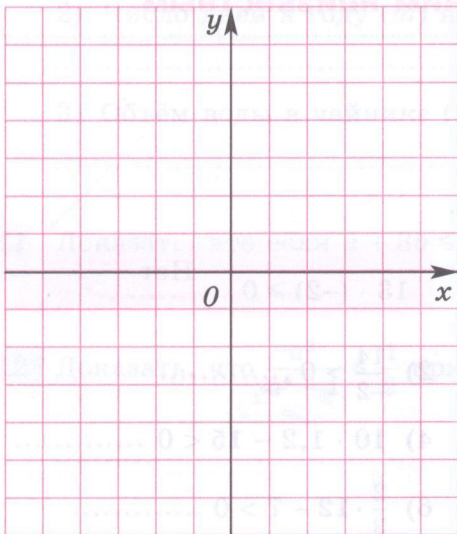
2) $y = -x + 3,$

$y(-2) =$

$y(2) =$

если $y = 0$, то $x =$

если $y = -4$, то $x =$



5 Из чисел 7; 5; 2; 1,5; 0; -2 выписать те, которые являются решениями неравенства.

1) $2x - 3 \geq 1$, 2) $4 - x < 3$,

3) $4(x - 1) < -2$, 4) $2(1 - x) \geq -1$,

6 Решить неравенство.

1) $-5x < 0$, 2) $4x > 0$,

3) $-\frac{1}{2}x^2 - 1 < 0$, 4) $(x - 3)^2 > 0$,

7 Доказать, что при любом значении x справедливо неравенство:

1) $4x(x - 1) + (5x - 1)(x + 1) > -16$;

2) $(x - 4)(x + 4) - 2x^2 < 1$.

.....

.....

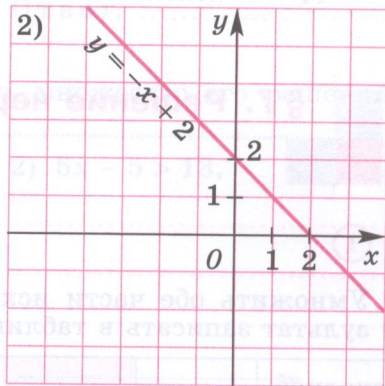
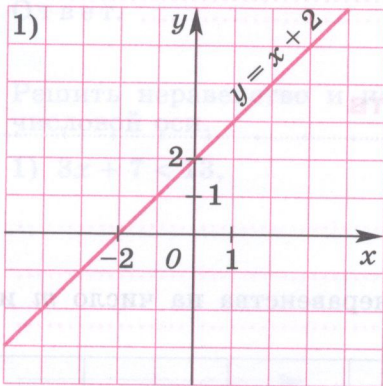
.....

.....

.....

.....

8 На рисунке построен график функции. С помощью графика заполнить пропуски.



1) Значения функции положительны при x

Значения функции отрицательны при x

2) При $x > 2$ значения функции

При $x < 2$ значения функции

Значение функции равно 0 При $x = 2$ значение функции при x

Значения функции больше 2 При $x > -1$ значения функции при x 3.

Значения функции меньше 2 При $x < -1$ значения функции при x 3.

III

9 Из чисел 3 ; 0 ; $\frac{1}{3}$; -1 ; 1 выписать те, которые являются решениями неравенства.

1) $3x - 2 < 0$,

2) $1 - 6x > 0$,

3) $x + 1 \geq 4$,

4) $-x \leq -\frac{1}{3}$,

10 Решить неравенство.

1) $15x < 0$,

2) $-8x > 0$,

3) $\frac{x}{7} > 0$,

4) $\frac{x}{11} < 0$,

§ 7. Решение неравенств

I

1 Умножить обе части исходного неравенства на число m и результат записать в таблицу.

Исходное неравенство	$m = 2$	$m = -1$	$m = -2$	$m = 4$	$m = \frac{1}{5}$	$m = -\frac{1}{5}$
$3 > \frac{1}{2}$		$-3 < -\frac{1}{2}$				
$4 > -1$		$-4 < 1$				

2 Разделить обе части исходного неравенства на число k и результат записать в таблицу.

Исходное неравенство	$k = 4$	$k = 9$	$k = -\frac{1}{3}$	$k = -\frac{1}{8}$
$24 > -48$	$6 > -12$			
$-5 < -1$	$-\frac{5}{4} < -\frac{1}{4}$			

3 Упростить выражение.

1) $3(4 - 2x) + 7(1 - x) = \dots\dots\dots$

2) $8(x - 2) - 4(1 - 2x) = \dots\dots\dots$

II

4 Решить неравенство устно и записать ответ.

1) $x + 3 < 2$.

Ответ. $\dots\dots\dots$

2) $x - 2 > -3$.

Ответ. $\dots\dots\dots$

3) $-2x < 6$.

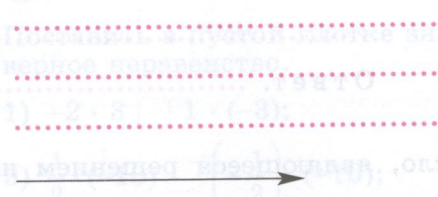
Ответ. $\dots\dots\dots$

4) $-3x > -18$.

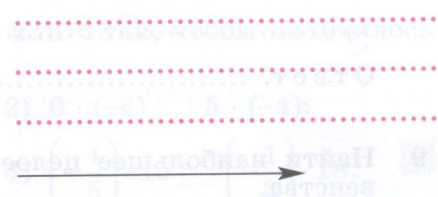
Ответ. $\dots\dots\dots$

5 Решить неравенство и изобразить множество его решений на числовой оси.

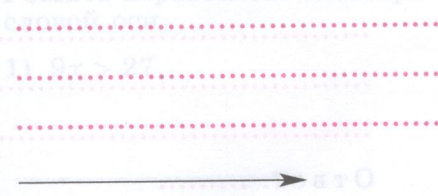
1) $3x + 7 < 13$,



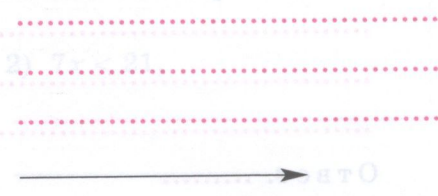
2) $6x - 5 > 13$,



3) $2 - 3x < 14$,



4) $11 - 4x > 19$,



6 Решить неравенство.

1) $6(x - 5) > 2(x - 3)$,

2) $7(y + 1) < 9(y - 3)$,

3) $\frac{x - 3}{4} < 3$,

4) $\frac{2x - 3}{2} \geq \frac{2 - x}{3}$,

7 Найти те значения аргумента x , при которых значения функции $y = -3x + 12$:

1) больше 0,

2) меньше 0,

3) больше -3 ,

4) не больше 6,

III

8 Решить неравенство.

1) $2x + 20 > 0$,

2) $1 - 2x \leq 3$,

Ответ.

Ответ.

9 Найти наибольшее целое число, являющееся решением неравенства.

1) $5 - 6x > 2(4 - x)$,

2) $6(1 - x) > x - 1$,

Ответ.

Ответ.

10 Найти наименьшее целое число, являющееся решением неравенства.

1) $3,2x - 2 > 2x + 0,4,$

2) $5,5 + 4x > 1 + x,$

.....

.....

Ответ:

Ответ:

11 Решить неравенство и изобразить множество его решений на числовой оси.

1) $\frac{x - 6}{3} < -1,$

2) $\frac{x - 1}{5} - \frac{x - 2}{3} \geq \frac{2}{15},$

.....

.....

—————→

—————→

§ 8. Системы неравенств с одним неизвестным. Числовые промежутки

Ⓘ

1 Поставить в пустой клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство.

1) $-2 \cdot 3 \square 1 \cdot (-3);$

2) $0 \cdot (-4) \square 5 \cdot (-4);$

3) $\frac{1}{2} \cdot (-10) \square \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-10);$

4) $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot 15 \square \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 18.$

2 Решить неравенство и изобразить множество его решений на числовой оси.

1) $9x > 27,$

2) $7x < 21,$

.....

.....

—————→

—————→

3) $5x \leq -40,$



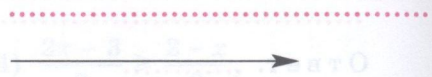
4) $6x \geq -36,$



5) $-4x \leq -9,$



6) $-8x \geq -3,$



3 Из чисел, записанных во второй строке, выбрать те, которые являются решениями данного неравенства, и подчеркнуть их.

1) $4x < 3x + 4;$

10; -2; 0; 4; 1; 5;

2) $2(x + 4) < -16;$

4; -4; -12; -14; 0; -9.

II

4 Из чисел, записанных рядом с системой неравенств, выбрать нужные и заполнить таблицу.

1) $\begin{cases} x + 2 < 5, \\ 2 - x \leq 3. \end{cases}$ -2; -1; 0; 2

2) $\begin{cases} 3x - 2 \leq 4, \\ x - 3 > -2. \end{cases}$ -3; 2; 1; 4

3) $\begin{cases} 4x - 5 \geq -1, \\ x + 6 > 2. \end{cases}$ -3; 0; 1; 3

4) $\begin{cases} x - 7 < -2, \\ 2x + 1 < 10. \end{cases}$ -4; 0; -1; 2

Система	1	2	3	4
Данные числа	-2; -1; 0; 2	-3; 2; 1; 4	-3; 0; 1; 3	-4; 0; -1; 2
Решения 1-го неравенства	-2; -1; 0; 2			
Решения 2-го неравенства	-1; 0; 2			
Решения системы	-1; 0; 2			

5 Найти все целые числа, являющиеся решениями системы неравенств.

1) $\begin{cases} x > -2, \\ x < 8. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x \leq 4, \\ x \geq -4. \end{cases}$

Ответ.

Ответ.

3) $\begin{cases} x > -7, \\ x \leq 0. \end{cases}$

4) $\begin{cases} x < 3,7, \\ x \geq -2,5. \end{cases}$

Ответ.

Ответ.

6 Изобразить на числовой оси множество чисел x , удовлетворяющих двойному неравенству.

1) $-7 < x < -3,$

2) $0 \leq x \leq 3,5,$



3) $-2\frac{1}{2} \leq x < 1,5,$

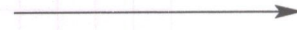
4) $-4\frac{1}{2} < x \leq -0,5,$



7 Изобразить числовые промежутки на числовой оси.

1) $(-2; 3),$

2) $[4; 9],$



3) $[-10; -5],$

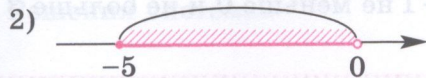
4) $\left(0; 4\frac{1}{2}\right),$



8 Множество чисел, изображённых на числовой оси, записать в виде двойного неравенства и числового промежутка.



$0 < x < 6, (0; 6].$





.....



.....

9 Установить, является ли число x_0 решением системы неравенств («да» или «нет»).

1)
$$\begin{cases} 2x + 1 > 1, \\ x - 3 < 0, \\ 2 - x > 1, \end{cases} \quad x_0 = 1.$$

2)
$$\begin{cases} 5 - x < 4, \\ 4x - 7 > 1, \\ 3x + 6 > 0, \end{cases} \quad x_0 = 3.$$

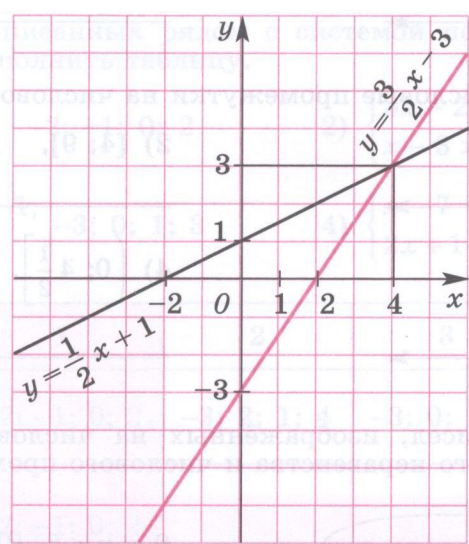
Ответ:

Ответ:

10* На одной координатной плоскости изображены графики линейных функций

$$y = \frac{3}{2}x - 3 \text{ и } y = \frac{1}{2}x + 1.$$

Заполнить пропуски в предложениях.



- 1) Значения обеих функций положительны при x
- 2) Значения обеих функций отрицательны при
- 3) Значения функции $y = \frac{1}{2}x + 1$ не меньше 0 и не больше 3 при

4) Если $-2 < x < 2$, то значения функции $y = \frac{3}{2}x - 3$

(положительны, отрицательны)

5) Если $-2 < x < 2$, то значения функции $y = \frac{1}{2}x + 1$

6) Если $x > 4$, то значения функции $y = \frac{3}{2}x - 3$

(больше, меньше)

соответствующих значений функции $y = \frac{1}{2}x + 1$.

7) Значения функции $y = \frac{1}{2}x + 1$ больше соответствующих значений функции $y = \frac{3}{2}x - 3$ при

11* Одна сторона треугольника равна 2,4 дм, а другая 5,2 дм. Какой может быть длина третьей стороны, если она выражается целым числом дециметров?

Пусть длина третьей стороны треугольника x дм, тогда по свойству сторон треугольника имеем:

..... $< x <$ $< x <$

Ответ.

III

12 Из чисел, записанных справа от системы, выбрать нужные.

1) $\begin{cases} 6 - x < 10, \\ 2x + 7 \geq 1. \end{cases}$ 0; -5; -3,5; -3 2) $\begin{cases} 8 - 2x > 1, \\ 3x + 2 \geq -1. \end{cases}$ 4; -1; 1,5; 0

Решения 1-го неравенства:

Решения 1-го неравенства:

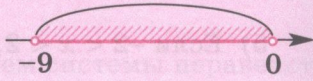




Решения 2-го неравенства:

Решения 2-го неравенства:

Решения системы:

Решения системы:

13 Заполнить таблицу.

Двойное неравенство	Числовой промежуток	Изображение на числовой оси
$-9 < x < 0$	$(-9; 0)$	
$-3 \leq x < 7$		
$-0,5 < x \leq 6$		
$-11 \leq x \leq 11$		
	$(-5; 5]$	
	$(1,2; 3,5)$	
	$\left[-4\frac{3}{5}; -1\frac{1}{5}\right]$	
	$[0,6; 9]$	
		
		
		
		

§ 9. Решение систем неравенств

①

1 Решить неравенство.

1) $-9x \leq 81$,

2) $-15x \geq -30$,

3) $14 > 7x$,

4) $64 < -8x$,

5) $2x - 3 > 7x - 5$,

6) $3x + 4 < 5x + 3$,

2 Изобразить на числовой оси множество чисел x , удовлетворяющих данному неравенству или системе неравенств.

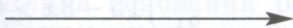
1) $x < 8,5$.

2) $x > -7\frac{1}{2}$.



3) $x \geq -2,7$.

4) $x \leq 6$.



5) $\begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq 5. \end{cases}$

6) $\begin{cases} x > 3, \\ x \leq 6. \end{cases}$



7) $\begin{cases} x < -2, \\ x \geq -6. \end{cases}$

8) $\begin{cases} x < 0, \\ x > -4. \end{cases}$



3 Раскрыть скобки и привести подобные члены.

1) $(2x + 10) - (3x - 12) =$

2) $(3x - 7) + (1 - x) =$

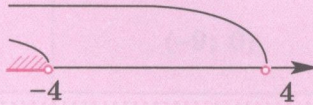
3) $2(4x + 1) - 3(2 + x) =$

4) $7(x - 2) + 2(-5 - 6x) =$

II

4 Изобразить решения данной системы неравенств на числовой оси и записать ответ.

$$\begin{cases} x < 4, \\ x < -4. \end{cases}$$



Ответ. $x < -4$.

1) $\begin{cases} x > 3, \\ x > 1. \end{cases}$



Ответ.

2) $\begin{cases} x \geq -5, \\ x \geq -1. \end{cases}$



Ответ.

3) $\begin{cases} x \leq -5, \\ x \leq -1. \end{cases}$



Ответ.

4) $\begin{cases} x > 2, \\ x < 9. \end{cases}$



Ответ.

5) $\begin{cases} x < -4, \\ x \geq -8. \end{cases}$



Ответ.

5 Решить систему неравенств.

1) $\begin{cases} 3x + 9 \leq 0, \\ 4x - 8 < 0, \end{cases}$

.....

.....

.....

Ответ.

2) $\begin{cases} 5x + 10 > 0, \\ 2x - 3 < 0, \end{cases}$

.....

.....

.....

Ответ.

3) $\begin{cases} 15 - 3x > 0, \\ 1 - x < -3, \end{cases}$

.....

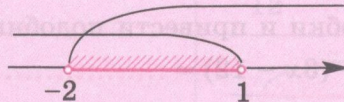
.....

.....

Ответ.

6 Решить систему неравенств.

$$\begin{cases} 2x - 3 > x - 5, \\ 3x - 2 > 4x - 3; \end{cases}$$



(1) $2x - 3 > x - 5, 2x - x > 3 - 5, x > -2.$

(2) $3x - 2 > 4x - 3, 3x - 4x > 2 - 3, x < 1.$

Ответ. $-2 < x < 1.$

$$1) \begin{cases} 5x - 12 > x, \\ x - 15 > 3x + 1, \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5(x + 1) \leq 2(2x + 1), \\ 3x + 2 \leq -1. \end{cases}$$

- 7 Длина основания равнобедренного треугольника равна 16 см. Каким числом может быть выражена длина боковой стороны, если известно, что периметр треугольника меньше 90 см?

Пусть x см — длина боковой стороны треугольника, тогда его периметр равен

По условию < 90 , по свойству сторон треугольника
 + > 16 .

Получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Решаем систему неравенств:

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Ответ. Длина боковой стороны может быть любым числом из интервала

- 8** Если бы велосипедист проезжал в день на 10 км больше, чем на самом деле, то за 6 дней он проехал бы меньше 420 км. Если бы он проезжал в день на 5 км меньше, чем на самом деле, то за 12 дней он проехал бы больше 420 км. Сколько километров в день проезжал велосипедист на самом деле?

Пусть за один день велосипедист проезжал x км. Если бы он проезжал в день на 10 км больше, т. е. км, то за 6 дней он проехал бы км. По условию < 420 .

Если бы велосипедист проезжал в день на 5 км меньше, т. е. км, то за 12 дней он проехал бы км.

По условию > 420 . Получаем систему неравенств

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Ответ. Велосипедист проезжал в день больше км, но меньше км.

- 9*** Решить систему неравенств.

$$1) \begin{cases} x + 3 < 0, \\ 5 - x > 0, \\ 6x + 12 \leq 0, \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x - 8 > 0, \\ x - 4 > 0, \\ x + 1 < 0, \end{cases}$$

.....

.....

.....

Ответ. Ответ.

III

- 10** Изобразить решение системы неравенств на числовой оси и записать ответ.

$$1) \begin{cases} x > 0, \\ x > 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x < 0, \\ x \leq -7 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

$$3) \begin{cases} x \leq 1, \\ x > -2 \end{cases}$$



Ответ.

$$4) \begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 1,5 \end{cases}$$



Ответ.

11 Решить систему неравенств.

$$1) \begin{cases} 15x - 30 > 0, \\ 2x + 7 \geq 0, \end{cases}$$

.....

.....

$$2) \begin{cases} 2 - 3x < 0, \\ 6x + 1 < 0, \end{cases}$$

.....

.....

$$3) \begin{cases} x - 3 < 0, \\ 4x + 9 > 0, \end{cases}$$

.....

.....

$$4) \begin{cases} \frac{x}{4} + 3 < 6 - \frac{x}{8}, \\ 7(2x - 5) < 5(x - 7), \end{cases}$$

.....

.....

§ 10. Модуль числа. Уравнения и неравенства, содержащие модуль

Ⓘ

1 Заполнить таблицы.

1)	Данное число	7	-3	$\frac{6}{11}$	-2,1	$a + 3$	$2a - 7$
	Число, противоположное данному		3				

2)	Данное число	4	-4	0	3	-8,7	a^2
	Значение модуля данного числа		4				

2 Изобразить на числовой оси множество чисел.

1) $0 < x < 5$



2) $-5 < x < 0$



3) $1,5 < x \leq 4,5$



4) $-2,5 \leq x < -0,5$

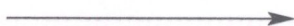


3 Решить систему неравенств.

1) $\begin{cases} x > 11, \\ x > 17 \end{cases}$



2) $\begin{cases} x < 11, \\ x < 17 \end{cases}$



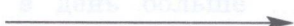
Ответ.

Ответ.

3) $\begin{cases} x \leq -3, \\ x \geq -5 \end{cases}$



4) $\begin{cases} x > 5, \\ x < 3 \end{cases}$



Ответ.

Ответ.

4 Решить уравнение.

1) $-x = 5$

2) $-x = -3,2$

3) $-3x = 63$

4) $-\frac{1}{4}x = -1$

Ⓟ

5 Заполнить пропуски.

1) $|a| = \begin{cases} a, & \text{если} \dots\dots\dots \\ -a, & \text{если} \dots\dots\dots \end{cases}$

2) $|m| = \begin{cases} \dots\dots\dots, & \text{если } m \geq 0 \\ \dots\dots\dots, & \text{если } m < 0 \end{cases}$

6 Вычислить устно и записать ответ.

1) $|5| + |-5| = \dots\dots\dots$

2) $|-6| - |6| = \dots\dots\dots$

3) $9 \cdot |5 - 7| = \dots\dots\dots$

4) $|10 - 10| \cdot 7 = \dots\dots\dots$

5) $-3 \cdot |-4| = \dots\dots\dots$

6) $|-18| : |3| = \dots\dots\dots$

7 Дописать утверждения.

1) Если $a > 0$, то $a + |a| = \dots\dots\dots$

2) Если $a < 0$, то $a + |a| = \dots\dots\dots$

3) Если $a < 0$, то $a - |a| = \dots\dots\dots$

4) Если $a > 0$, то $a - |a| = \dots\dots\dots$

5) Если $a > 0$, то $\frac{|a|}{a} = \dots\dots\dots$

6) Если $a < 0$, то $\frac{a}{|a|} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

8 Решить уравнение.

1) $|7 - 14x| = 0,$

2) $8|x| + |-5| = 5,$

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

Ответ.

Ответ.

3) $|x| = 1,$

4) $|5x| = 15,$

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

Ответ.

Ответ.

5) $3|2 - 3x| = -15,$

6)* $5|6 - x| = 6 - x,$

Ответ.

Ответ.

9 Решить уравнение.

$$|7 - 6x| = 1$$

(1) $7 - 6x = 1,$

$$-6x = -6,$$

$$x = 1.$$

Ответ. $x_1 = 1, x_2 = \frac{4}{3}.$

(2) $7 - 6x = -1,$

$$-6x = -8,$$

$$x = \frac{4}{3}.$$

1) $|7 + 4x| = 5;$

2) $|9 - 2x| = 3;$




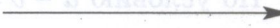

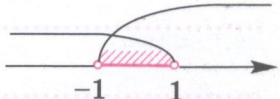
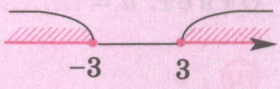


Ответ.

Ответ.

10* Допisać утверждение.

Если $1 < x < 2,$ то $x + |1 - x| + 2|x - 2| =$

11 Заполнить таблицу.

Неравенство с модулем	Запись неравенства с модулем в виде двойного неравенства или двух неравенств	Изображение множества решений неравенства на числовой оси
$ x < 7$	$-7 < x < 7$	
$ x \leq 15$		
	$-3,4 \leq x \leq 3,4$	
	$-7\frac{1}{2} < x < 7\frac{1}{2}$	
		
		
$ x \geq 3$	$x \leq -3, x \geq 3$	
	$x < -4, x > 4$	
$ x \geq 5$		

12 Решить неравенство.

1) $|x + 1| < 1$

2) $|3 - x| \leq 2$

3) $|1 + 2x| > 1$

4) $|3 - 4x| \geq 9$

5) $|5 - 2x| > -4$

6) $|6 - x| \leq 0$

13* Найти такие значения a и b , чтобы решениями неравенства $|x - a| \leq b$ был отрезок $-5 \leq x \leq 9$.

Запишем неравенство $|x - a| \leq b$ в виде

Это двойное неравенство означает то же самое, что и система неравенств

$$\begin{cases} x - a \geq -b, \\ x - a \leq b, \end{cases} \text{ откуда } \begin{cases} x \geq \dots \\ x \leq \dots \end{cases}$$

По условию $a - b = -5$ и $a + b = 9$.

Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} a - b = -5 \\ a + b = 9 \end{cases}$$

Ответ. $a = \dots$ $b = \dots$



14 Решить уравнение.

1) $72 + 9|x| = 0$,

2) $|8x - 1| = 9$,

Ответ. Ответ.

15 Решить неравенство.

1) $|5x - 7| < 3$, 2) $|6x + 1| \geq 11$,

Ответ.

Ответ.

(1)

(2)

Ответ.

(1)

(2)

Ответ.

(1)

(2)

Ответ.

(1)

Погрешность приближения

(1) числа 83 числом 80 равно

(2) числа 16 числом 20 равно

3 Погрешность приближения числа x числом a равно b . Найти:

1) x , если $a = 3,27$, $b = 0,03$; 2) a , если $x = 5,47$, $b = 0,007$.

1) Решим уравнение $|x - 3,27| = 0,03$.

(1) = $\left| (3,27) - \frac{3}{8} \right|$ (4)

(2) = $\left| 8 - \frac{7}{8} \right|$

Ответ. $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$

Приближённые вычисления

§ 11. Приближённые значения величин. Погрешность приближения

1

1 Вычислить устно и записать ответ.

1) $\left| -\frac{3}{7} \right| + \left| \frac{4}{7} \right| = \dots\dots\dots$

2) $\left| -\frac{5}{8} \right| - \left| -\frac{3}{8} \right| = \dots\dots\dots$

3) $|-0,73| - |-0,23| = \dots\dots\dots$

4) $|-1,27| - |2,47| = \dots\dots\dots$

5) $\left| -\frac{2}{3} \right| \cdot \left| \frac{6}{5} \right| = \dots\dots\dots$

6) $\left| -\frac{3}{7} \right| : \left| -\frac{9}{14} \right| = \dots\dots\dots$

2 Вычислить.

1) $|3,5 - 3,683| = \dots\dots\dots$

2) $|-7,6 + 7,38| = \dots\dots\dots$

3) $\left| \frac{3}{8} - 0,37 \right| = \dots\dots\dots$

4) $\left| -7\frac{7}{8} - (-7,8) \right| = \dots\dots\dots$

7 | 8
...
...

3 Решить уравнение.

1) $|x - 3| = 7,$

(1)

(2)

Ответ.

2) $|4 - x| = 9,$

(1)

(2)

Ответ.

3) $|2x - 3| = 3,$

(1)

(2)

Ответ.

4) $|7 - 2x| = 9,$

(1)

(2)

Ответ.

II

4 Погрешность приближения:

1) числа 23 числом 20 равна

2) числа -16 числом -20 равна

5 Погрешность приближения числа x числом a равна b . Найдите:

1) x , если $a = 3,27$, $b = 0,03$; 2) a , если $x = -5,47$, $b = 0,007$.

1) Решим уравнение $|x - 3,27| = 0,03$.

(1)

(2)

Ответ. $x_1 =$ $x_2 =$

2) Решим уравнение $|-5,47 - a| = 0,007$.

(1)

(2)

Ответ. $a_1 = \dots\dots a_2 = \dots\dots$

6 С помощью графиков получили, что прямые $y = 5x - 4$ и $y = 2$ пересекаются в точке с абсциссой $x = 1$. Найти погрешность этого приближения.

.....

.....

Ответ.

7* Найти число x , если погрешность его приближения числом 4 в 10 раз меньше числа x .

Решим уравнение $|x - 4| = \frac{x}{10}$.

(1)

(2)

Ответ. $x_1 = 4\frac{4}{9}$, $x_2 = 3\frac{7}{11}$.

8* Пусть y — погрешность приближения числа $\frac{5}{6}$ числом 0,83.

Найти погрешность приближения числа y числом 0,01.

.....

.....

.....

Ответ. $\frac{1}{150}$.

Ⓜ

9 Погрешность приближения:

1) числа $\frac{6}{11}$ числом 0,5 равна

2) числа $-17,89$ числом $-17,9$ равна

10 Что больше: погрешность приближения числа $\frac{1}{7}$ числом $\frac{1}{6}$ или числа $\frac{1}{5}$ числом $\frac{1}{6}$?

Ответ.

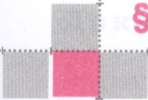
11 Верно ли, что погрешность приближения числа $\frac{3}{11}$ числом 0,3 меньше $\frac{3}{111}$?

Ответ.

12 С помощью графиков получили, что прямые $y = 8x + 10$ и $y = 1$ пересекаются в точке с абсциссой $x = -1$. Найти погрешность этого приближения.

Ответ.

§ 12. Оценка погрешности



I

1 Записать утверждение в виде неравенства.

1) Погрешность приближения числа $\frac{1}{3}$ числом 0,4 меньше 0,1:

2) Погрешность приближения числа $-\frac{5}{8}$ числом $-0,6$ не больше 0,025:

2) Записать неравенство в виде двойного неравенства и системы двух неравенств.

1) $|x - 3| \leq 8,$

2) $|5 - x| \leq 2,$

3) Записать двойное неравенство в виде неравенства, содержащего знак модуля.

1) $-3 \leq x + 7 \leq 3,$

2) $-2 \leq 3 - 5x \leq 2,$

4) Решить неравенство.

1) $|x - 2,7| \leq 0,7,$

2) $|x + 3,4| \leq 0,4,$

II

5) Найти устно наибольшее и наименьшее значения x и заполнить таблицу.

x	Наибольшее значение	Наименьшее значение
$x = 193 \pm 3$		
$x = 7\frac{1}{2} \pm \frac{1}{3}$	$7\frac{5}{6}$	$7\frac{1}{6}$
$x = -231 \pm 2$		
$x = -0,322 \pm 0,002$		

6 Пусть $x = -6,3 \pm 0,1$. Выяснить, может ли точное значение x быть равным («да» или «нет») данному числу.

1) 6,2

2) -6,4

3) -6,35

4) -6,15

7 Доказать утверждения.

Число $-13,4$ является приближённым значением числа $-13,423$ с точностью до $0,1$.

Доказательство.

$$|-13,423 - (-13,4)| = 0,023 \leq 0,1.$$

1) Число $-8,5$ является приближённым значением числа $-8,367$ с точностью до $0,3$.

Доказательство.

.....
.....
.....
.....

2) Число $-0,27$ является приближённым значением числа $-\frac{11}{40}$ с точностью до $0,01$.

Доказательство.

.....
.....
.....
.....

8* Найти такие значения a и h , чтобы запись $x = a \pm h$ означала, что $9,01 \leq x \leq 9,05$.

$$\begin{cases} a - h = \dots \dots \dots \\ a + h = \dots \dots \dots \end{cases}$$

$$\dots \dots \dots$$

Ответ. $a = 9,03$, $h = 0,02$.

- 9 Диаметр планеты Марс равен (6776 ± 5) км, а диаметр Юпитера равен $(141\,700 \pm 100)$ км. Какими могут быть точные значения диаметров этих планет?

Ответ. Диаметр Марса: $\leq x \leq$

Диаметр Юпитера: $\leq x \leq$

III

- 10 Записать утверждение в виде двойного неравенства.

1) $x = 6,23 \pm 0,17$

2) $x = 7\frac{2}{3} \pm \frac{1}{6}$

3) $x = -17,27 \pm 0,13$

4) $x = -13\frac{5}{12} \pm \frac{7}{12}$

- 11 Выполнив вычисления устно, записать в верхней клетке наименьшее, а в нижней — наибольшее значение x .

1) $x = 217 \pm 5$

2) $x = 12\frac{1}{3} \pm \frac{1}{6}$

3) $x = -187 \pm 4$

4) $x = -3,23 \pm 0,03$

- 12 Пусть $x = -3,7 \pm 0,3$. Выяснить, может ли число x быть равным («да» или «нет») данному числу.

1) $-3,95$

2) $-4,1$

3) $-3,3$

4) $-3,4$

§ 13. Округление чисел

I

1 Округлить число 7,473:

1) до единиц

2) до десятых

3) до сотых

2 Выяснить, какое приближение числа 5,384 точнее (погрешность приближения меньше): 1) числом 5 или числом 6; 2) числом 5,3 или числом 5,4; 3) числом 5,38 или числом 5,39.

1) $|5,384 - 5| = \dots\dots\dots$

$|5,384 - 6| = \dots\dots\dots$

2)

3)

Ответ. 1) Первое; 2)

II

3 При округлении числа $x = 2,73\dots$ до сотых получили $x \approx 2,74$. Какая цифра в записи числа x может стоять на четвертом месте?

Ответ.

4 При округлении числа $x = 4,76\dots$ до сотых получили $x \approx 4,76$. Какая цифра в записи числа x может стоять на четвертом месте?

Ответ.

5 Округлить число до единиц, десятых и сотых долей.

1) 53,725

2) 68,453

6 Округлить число до десятых и до сотых, найти в каждом случае погрешность приближений.

1) 17,836

2) 23,584

7 Найти приближение смешанного числа десятичной дробью с одним и с двумя знаками после запятой так, чтобы погрешности приближений были наименьшими.

$3\frac{5}{6} = 3,833\dots$. По правилу округления чисел

$3\frac{5}{6} \approx 3,8$, $3\frac{5}{6} \approx 3,83$.

1) $2\frac{7}{9}$

2) $4\frac{8}{15}$

8 Найти приближение обыкновенной дроби десятичной дробью с одним и с двумя знаками после запятой так, чтобы погрешности приближений были наименьшими; записать результат в виде обыкновенной дроби.

1) $\frac{4}{7}$

2) $\frac{5}{11}$

III

9 Округлить до единиц, десятых и сотых долей число 23,347.

.....

.....

.....

10 Округлить число до сотых долей и найти погрешность приближения.

1) 7,453

2) 8,587

§ 14. Относительная погрешность

I

1 Найти:

- 1) 20% от числа 235
- 2) 15% от числа 150

2 Выяснить, сколько процентов составляет:

- 1) число 17 от числа 272
- 2) число 78 от числа 65

3 Найти с точностью до 0,1%, сколько процентов составляет:

- 1) число 3 от числа 78
- 2) число 0,2 от числа 17

4 Найти абсолютную погрешность приближения, если:

- 1) длина стола равна 1,4 м, а при измерении получено 1,6 м;
- 2) расстояние между пунктами А и В равно 6,8 км, а при измерении получено 6,6 км.

Ответ. 1)

2)

5 Число $|x - 3,2|$ составляет 2% от числа 3,2. Найти x .

Ответ.

II

6 С точностью до 0,1 найти относительную погрешность приближения:

1) числа $\frac{1}{3}$ числом $\frac{2}{7}$

2) числа $\frac{1}{2}$ числом $\frac{4}{9}$

7 Выразить в процентах относительную погрешность приближения:

1) числа 0,2 числом $\frac{2}{9}$

2) числа 0,4 числом $\frac{4}{11}$

8 Найти в процентах относительную погрешность измерений, приведённых в задаче 4:

Ответ. 1)

2)

9 Число 4,72 является приближённым значением числа x с относительной погрешностью 3%. Найти абсолютную погрешность этого приближения.

Ответ.

10* Найти число x , если его приближённое значение с недостатком равно 5,3 и относительная погрешность этого приближения равна 10%.

Ответ. $x = 5,83$.

11 Диаметр планеты Уран равен $(50\,700 \pm 100)$ км. Длина рулона обоев равна $(18 \pm 0,5)$ м. Какое измерение более точное?

III

12 Найти абсолютную и относительную погрешности приближения:

1) числа 0,26 числом $\frac{1}{4}$

2) числа $\frac{2}{5}$ числом $\frac{1}{3}$

13 С точностью до 0,1% найти относительную погрешность приближения:

1) числа $\frac{3}{7}$ числом 0,4

2) числа $\frac{7}{11}$ числом 0,6

14 Какое измерение точнее: $x = (600 \pm 1)$ км или $y = (8 \pm 0,1)$ см?

§ 15. Практические приёмы приближённых вычислений

I

1 Записать данное число в виде степени с основанием 10.

1) $100 =$

2) $10\,000 =$

3) $10 =$

4) $1 =$

5) $0,01 =$

6) $0,0001 =$

2 Округлить число последовательно до сотых; до десятых; до единиц; до сотен.

1) 4553,6829

2) 7596,398

3) 18067,023

4) 9305,401

3 Записать в виде двойного неравенства.

1) $x = 20 \pm 1$

2) $y = 38,9 \pm 0,1$

3) $z = 2,8 \pm 0,05$

4) $p = 0,6 \pm 0,05$

II

Стандартный вид числа — запись $a \cdot 10^k$, где $1 \leq |a| < 10$, k — целое число; k — порядок числа.

4 Записать число в стандартном виде.

1) 238 =

2) 10675 =

3) 40,3 =

4) 60,07 =

5) 0,36 =

6) 0,805 =

7) 0,00843 =

8) 0,000092 =

5 Результат выполнения действий записать в стандартном виде.

1) $5,8 \cdot 10^{-3} + 6,7 \cdot 10^{-3} = (\dots + \dots) \cdot 10^{-3} = \dots \cdot 10^{-3} = \dots \cdot 10^{-4}$

2) $1,28 \cdot 10^5 - 1,6 \cdot 10^5 = \dots$

3) $(3,5 \cdot 10^7) \cdot (4,1 \cdot 10^{-4}) = (3,5 \cdot 4,1) \cdot 10^7 \cdot 10^{-4} = \dots \cdot 10^{\dots} =$

$= \dots \cdot 10^4$

4) $(6 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,08 \cdot 10^5) = \dots$

6 Подчеркнуть верные цифры в приближённом значении числа.

$x = \underline{2} \underline{7}, \underline{05} \pm 0,03$, так как $0,03 > 0,01$, но $0,03 \leq 0,1$,
 $0,03 \leq 1$, $0,03 \leq 10$

- 1) $x = 68,37 \pm 0,2$
- 2) $x = 50,482 \pm 0,03$
- 3) $p = 3,68 \pm 0,1$
- 4) $q = 0,967 \pm 0,01$
- 5) $y = 7,86 \pm 0,004$
- 6) $y = 2,39 \pm 0,008$
- 7) $z = 0,7 \pm 0,005$
- 8) $z = 0,022 \pm 0,0005$
- 9) $x = 0,38 \pm 0,01$
- 10) $x = 109,6 \pm 0,01$

7 Запись приближённого значения числа x представить в виде $x = a \pm h$, где все цифры числа a являются строго верными.

$x \approx 6,3$; $x = 6,3 \pm 0,05$

- 1) $x \approx 3,29$
- 2) $x \approx 0,14$
- 3) $x \approx 35$
- 4) $x \approx 120$
- 5) $x \approx 0,154$

8 Запись приближённого значения числа x представить в виде $x = a \pm h$, где все цифры числа a являются верными.

$x \approx 32$; $x \approx 32 \pm 1$

$x \approx 4,15 \cdot 10^{-5}$, $x \approx (4,15 \pm 0,01) \cdot 10^{-5}$

1) $x \approx 156$

2) $x \approx 49$

3) $x \approx 7,2$

4) $x \approx 39,35$

5) $x \approx 3,10$

6) $x \approx 0,720$

7) $x \approx 500$

8) $x \approx 830$

9) $x \approx 7,9 \cdot 10^{-4}$

10) $x \approx 6,81 \cdot 10^6$

- 9) Найти приближённое значение $x + y$ с точностью до верных десятичных знаков (с помощью правила 1).

$$x \approx 3,28, y \approx 5,1; x + y \approx 3,28 + 5,1 = 8,38 \approx 8,4$$

1) $x \approx 25,038, y \approx 6,25; x + y \approx$

2) $x \approx 18,72, y \approx 3,3$

3) $x \approx 0,039, y \approx 0,6$

4) $x \approx 0,08, y \approx 0,019$

- 10) Найти приближённое значение $x - y$ с точностью до верных десятичных знаков.

1) $x \approx 8,091, y \approx 3,6; x - y \approx$

2) $x \approx 45,8, y \approx 7,32$

3) $x \approx 0,71, y \approx 0,325$

4) $x \approx 1,098, y \approx 0,9$

- 11) Найти $x + y$.

$$x \approx 5,0 \cdot 10^{-2}, y \approx 2,461 \cdot 10^{-2};$$

$$x + y \approx 5,0 \cdot 10^{-2} + 2,461 \cdot 10^{-2} = (5,0 + 2,461) \cdot 10^{-2} = 7,461 \cdot 10^{-2} \approx 7,5 \cdot 10^{-2}$$

1) $x \approx 1,2 \cdot 10^5, y \approx 4,83 \cdot 10^5$

2) $x \approx 2,66 \cdot 10^{-3}, y \approx 3,9 \cdot 10^{-3}$

3) $x \approx 9,0 \cdot 10^{-6}, y \approx 3,112 \cdot 10^{-6}$

4) $x \approx 3,587 \cdot 10^4, y \approx 2,10 \cdot 10^4$

12* Найти $x - y$.

$$\begin{aligned} x &\approx 4,85 \cdot 10^{-5}, y \approx 9 \cdot 10^{-6}; x - y \approx 4,85 \cdot 10^{-5} - 9 \cdot 10^{-6} = \\ &= 4,85 \cdot 10^{-5} - \frac{9}{10} \cdot 10^{-5} = (4,85 - 0,9) \cdot 10^{-5} = 3,95 \cdot 10^{-5} \approx \\ &\approx 4,0 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

1) $x \approx 6,2 \cdot 10^4, y \approx 3,8 \cdot 10^3; x - y \approx$

2) $x \approx 3,8 \cdot 10^{-7}, y \approx 2,39 \cdot 10^{-8}; x - y \approx$

13 Найти приближённое значение xy (с помощью правила 2).

$$x \approx \underline{25}, y \approx 111; xy \approx 25 \cdot 111 = 2775 \approx \underline{2800}$$

1) $x \approx 64, y \approx 2; xy \approx$

2) $x \approx 8, y \approx 76; xy \approx$

3) $x \approx 73, y \approx 0,3$

4) $x \approx 0,4, y \approx 81$

5) $x \approx 0,154, y \approx 53$

6) $x \approx 34,7, y \approx 21$

14 Найти приближённое значение $x : y$.

$$x \approx 425, y \approx 0,08; x : y \approx 425 : 0,08 = 5312,5 \approx 5000$$

- 1) $x \approx 40, y \approx 0,25; x : y \approx \dots$
- 2) $x \approx 10, y \approx 16; x : y \approx \dots$
- 3) $x \approx 23, y \approx 0,6 \dots$
- 4) $x \approx 0,71, y \approx 9 \dots$

III

15 Записать число в стандартном виде.

- 1) $26,3 = \dots$
- 2) $0,0078 = \dots$

16 Найти приближённое значение суммы $x + y$.

- 1) $x \approx 35,1, y \approx 2,38 \dots$
- 2) $x \approx 8,2 \cdot 10^5, y \approx 4,567 \cdot 10^5 \dots$

17 Найти приближённое значение произведения xy .

- 1) $x \approx 2,03, y \approx 7,1 \dots$
- 2) $x \approx 3,4 \cdot 10^{-2}, y \approx 7 \cdot 10^{-2} \dots$

Предисловие 8

ГЛАВА I. Неравенства

§ 1. Положительные и отрицательные числа 4

§ 2. Числовые неравенства 6

§ 3. Основные свойства числовых неравенств 11

§ 4. Свойства числовых неравенств 16

§ 5. Строгие и нестрогие неравенства 18

§ 6. Неравенства с одним неизвестным 21

§ 7. Решение неравенств 24

§ 8. Числовые промежутки 27

§ 9. Решение систем неравенств 33

§ 10. Модуль числа. Уравнения и неравенства 37

содержание модуля 37

уравнения с модулем 37

неравенства с модулем 37

неравенства с модулем 37

неравенства с модулем 37

Погрешность приближений 44

§ 12. Оценка погрешности 47

§ 13. Округление чисел 51

§ 14. Округление чисел 53

§ 15. Погрешности при приближении к действительности 55

Предисловие	3
-----------------------	---

ГЛАВА I. Неравенства

§ 1. Положительные и отрицательные числа	4
§ 2. Числовые неравенства	8
§ 3. Основные свойства числовых неравенств	11
§ 4. Сложение и умножение неравенств	15
§ 5. Строгие и нестрогие неравенства	18
§ 6. Неравенства с одним неизвестным	21
§ 7. Решение неравенств	24
§ 8. Системы неравенств с одним неизвестным. Числовые промежутки	27
§ 9. Решение систем неравенств	33
§ 10. Модуль числа. Уравнения и неравенства, содержащие модуль	37

ГЛАВА II. Приближённые вычисления

§ 11. Приближённые значения величин. Погрешность приближения	44
§ 12. Оценка погрешности	47
§ 13. Округление чисел	51
§ 14. Относительная погрешность	53
§ 15. Практические приёмы приближённых вычислений	55

Издательство «Саратовский политехнический университет»
 410064, г. Саратов, ул. Республиканская, 69, www.sgu.ru
 187821, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41
 Открытое акционерное общество «Надземное» (Просвещение)
 Занят № 31923
 Типо-сетевое издание. Уч.-изд. л. 1,90. Тираж 12 000 экз.
 с оригинал-макета 14.02.11. Формат 70×100^{1/4}. Бумага офсетная. Тираж
 023000. Над. лист. Саны № 02824 от 12.00.01. Подписано в печать
 14.02.11. — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—
 14.02.01. — Саратовский политехнический университет
 Координаторы проекта в техническом редактировании: А. Г. Христовская,
 Ю. А. Вранникова
 Художественный редактор: О. И. Волынецова
 Младший редактор: Е. А. Андреевская, Е. В. Трошко
 Редактор: Э. И. Соловьева
 Зав. редакцией: Т. А. Вранникова